



第二章

統計分析方法與應用

目 錄

一、 緒論	2-1
1.1 統計分析概述.....	2-1
1.2 統計品管.....	2-2
1.3 統計分析在公共工程品管上之應用.....	2-3
二、 隨機抽樣	2-4
2.1 抽樣檢驗.....	2-4
2.2 隨機數.....	2-5
2.3 隨機抽樣技術.....	2-10
三、 以統計表與統計圖分析工程品質	2-14
3.1 數據一覽表.....	2-14
3.2 次數分配表.....	2-16
3.3 直方圖.....	2-19
3.4 電腦繪製統計圖.....	2-20
四、 以統計量分析工程品質	2-22
4.1 工程品質之集中性與離散性.....	2-22
4.2 平均數.....	2-23
4.3 移動平均數.....	2-25
4.4 全距.....	2-27
4.5 標準差.....	2-28
4.6 變異係數.....	2-29
4.7 離散程度案例分析.....	2-30
4.8 少量數據之標準差與變異係數計算.....	2-33
4.9 使用計算設備作統計運算.....	2-35
五、 常態分配在工程品管之應用	2-37
5.1 工程品質之常態分配.....	2-37
5.2 以常態分配估計機率.....	2-41

5.3 EXCEL 在常態分配上應用	2-47
5.4 平均數之分配	2-49
六、 工程品質管制圖	2-54
6.1 管制圖原理	2-54
6.2 製程管制圖	2-54
6.3 驗收管制圖	2-61
七、 結語	2-66
八、 參考文獻	2-67

第二章 統計分析方法與應用

一、緒論

1.1 統計分析概述

「統計分析方法」簡稱「統計方法」，為蒐集數據、分析結果、顯示資料及尋求對策之一種技術，亦稱為「統計技術」。公司或組織在 ISO 品質文件上，常會透過品質管理系統量測、分析及改進之過程，以決定統計技術與其適用之範圍。

在工程品管作業中，我們會蒐集到很多品質數據，每種數據都會有若干程度之差異，這些原始數據若未經整理，可能會顯得雜亂無章，很難理解它代表了什麼。透過統計分析，我們可以獲得其中間值、高低變化程度、合格率、或變化趨勢等等品質資訊。品質數據經過適當的統計分析才能變成有用的品質資訊，以作為各種決策的重要依據，因此，俗語說：「統計分析可以讓數據說話」。

一般工程師談到統計分析，就聯想到許多複雜的統計公式，令人生畏，事實上，一般施工品管實務所用到的統計分析，大多是一些簡易方法，至於較複雜的部分，通常已由統計學家製成簡單圖表或公式，只要遵循使用規則，很快就能應用，可謂「知難行易」。現在有具統計功能的計算機及方便的計算軟體，可以簡單的執行繁雜的計算過程，應用統計技術比以前方便甚多。工程師必須知道要統計分析什麼項目，也必須懂得研判統計分析結果，才能適當的執行品質管理。就像醫師要能夠決定病人應該作何種檢驗，也必須懂得研判檢驗結果，然後才能給病人適當醫療。

品質管理和我們日常生活面臨的許多現象大多是不確定的。但是，若經過仔細觀察，卻又可以發現這些現象有某種程度的規律，我們若能找到這些規律，也能相當有效的掌控以獲得期望成果。用統計方法處理不確定性問題的程序與平常我們用經驗方法處理很類似，一般可分成以下 4 個步驟：

1. 收集經驗資料：可為過去的經驗資料，若無過去的經驗資料可先作一

些實驗獲取資料。

2. 整理經驗資料找出其變化規律：如平均數及高低變化範圍等。
3. 選擇冒險率：我們對不確定性問題作任何決定都會有若干冒險性；若失敗後果嚴重，冒險率訂低些以求安全；若失敗後果輕微，冒險率訂高些以求降低成本。
4. 作決定：在考慮冒險率大小之前提下，我們才作適當之決定。

我們日常生活中處理不確定性問題，大多是憑印象主觀作決定，利用統計方法，則可以科學的處理不確定性問題。

統計分析過程常需作數值運算，工作量少時，可用人工計算。工作量稍大時，可採用具統計功能之計算機，只要按規定步驟操作，即可自動計算平均數、標準差、總和及迴歸分析等。工作量大時，特別是品管上有許多重複性或定期執行之分析工作，可利用電腦作業，EXCEL 提供統計圖繪製功能及常用統計函數，相當方便有效。如果業務需要，亦可進一步採用功能更強的統計專用軟體。

1.2 統計品管

工程品質受到人員 (man)、材料 (material)、機具 (machine)、方法 (method) 及量測 (measurement) (5M 因素) 等許多因素影響，不可能絕對均勻，這種不均勻性是隨時存在的，可以說是一種無法避免的自然現象。因此，工程品管必須面對一些不確定性問題，可利用統計方法作有效的處理，以統計方法為基礎的品管技術稱為「統計品管」(statistical quality control, 簡稱 SQC)，SQC 為現代工程品管的基礎。統計品管之涵蓋範圍相當廣泛，本章介紹施工品管作業中常用的以下統計方法：

1. 客觀選定檢驗樣本—隨機抽樣 (見第二節)
2. 以圖表簡單的分析品質狀況—統計表與統計圖 (見第三節)
3. 以數值精確的分析品質狀況—統計量 (見第四節)
4. 合格率估算、許可差設定及品質製程目標值設定—常態分配 (見第五

節)

5. 品質之變化趨勢與管控方法—品質管制圖（見第六節）

1.3 統計分析在公共工程品管上之應用

公共工程通常包括設計、進料、施工、驗收及使用 5 大階段，每一階段之品質管制均可使用適當的統計方法，分別簡述如下：

1. 設計管制：訂定品質目標、設定材料與施工許可差（規格界限）、工程可靠度分析等。
2. 進料管制（材料管制）：抽樣檢驗、檢驗結果分析、管制圖製作等。
3. 施工管制：訂定製程目標、抽樣檢驗、結果分析、管制圖製作等。
4. 驗收管制：設計抽驗計畫、抽樣檢驗等。
5. 維護管制：預測維護時機、迴歸分析、工程可靠度分析等。

各品質管制階段之特性不同，所採用之統計方法亦有差異，本章著重於施工階段之品管，僅介紹進料管制與施工管制所常用到之統計方法。

施工品管採用統計方法有以下好處：

1. 可客觀公平的選定檢驗樣品，減少爭議。
2. 可清楚用圖、表或量化表示品質狀況，可和契約規定標準、其他工程水準或定期自行客觀比較。
3. 可有效的追蹤品質變化，甚至可預測未來趨勢，即時採取改正措施，以管制品質。

統計分析方法可應用於各工程領域，其分析方法大同小異，本教材盡量以實用案例說明，為求前後連貫，主要以一般熟知的混凝土抗壓強度為例進行各項分析，請學員應用於各自專長之工程領域。

二、隨機抽樣

2.1 抽樣檢驗

工程實務上，因為檢驗具破壞性或大量檢驗所耗時間及成本過高等因素，很少能作 100% 檢驗（簡稱：全檢），而普遍採用抽樣檢驗（簡稱：抽檢）。抽樣檢驗為「由每一檢驗批中抽取規定件數之樣本進行規定品質特性之檢驗，由檢驗結果計算品質指標，若品質指標達規定值，則判定該檢驗批合格，否則，判定該檢驗批不合格」。

抽取檢驗樣本稱為抽樣，抽樣方法一般分立意抽樣與隨機抽樣兩類，兩者各有優點。

1. 立意抽樣（purposive sampling）：由抽樣者在檢驗批（一次檢驗所代表之範圍，在統計學上稱母體、群體或母群體）中依據專業判斷選定代表性樣本，抽樣快速，但難免會因抽樣者之主觀或抽樣習慣而來之偏差，在統計品管上通常不用立意抽樣。
2. 隨機抽樣（random sampling）：以隨機方式由檢驗批中客觀選定樣本，以求客觀代表整批之品質，一般所用之「抽籤決定」即為一種隨機抽樣，統計學所指之抽樣係指隨機抽樣，現代工程施工規範大多規定原則上採用隨機抽樣。工程規範中規定之每批抽驗件數及合格基準，係以隨機抽樣為前提下以統計方法設定。

然而，工程實務上有些特殊情況不適用隨機抽樣，必須採用立意抽樣。例如混凝土構造物之鑽心試驗，通常由有經驗之工程師用立意抽樣法選定具代表性且安全之位置鑽取試樣，務必須避開主鋼筋、埋設管線、修補困難等部位，以降低對構造物之破壞。又如發現材料或工程結構有變形、龜裂、變色、異物滲出、表面隆起等異常現象，為瞭解狀況，工程師需用立意抽樣法針對此特殊位置取樣檢驗，而非隨機抽樣。

工程品管之抽樣檢驗目的主要用於驗證品質水準，工程規範所規定之抽樣頻率甚低，工程師若僅依靠抽驗結果作判定工程品質，其風險性甚高，工程師應該要以工程專業先作目視檢查，若發現有不良情形，即應逐一改善，在目視無問題後才作抽樣檢驗。例如碎石級配底層滾壓完成，應先目

視檢查，若有成波浪狀、海綿狀、凹陷積水等，均應立即改善，然後才抽樣檢驗壓實度。不可以僅憑抽樣檢驗，若抽到缺失點才作改善。

隨機抽樣具以下特性：

1. 檢驗批中的每一個樣本單位被抽中機率相同。
2. 可由樣本大小(sample size)控制抽樣誤差，抽愈多誤差愈小。
3. 樣本統計量可以不偏估計母體參數。〔註：不偏估計 (unbiased estimate) 指估計值比真值偏高與偏低之機會相等。〕
4. 抽驗過程客觀公平，檢驗結果較具說服力。

2.2 隨機數

隨機數 (random number) 又稱「亂數」，為一組非常亂，亂到不按任何規則排序的數，且其中每一個數出現的機率相等。例如：連續投擲一顆均勻的六面骰子，將出現 1 到 6 點的隨機數，因為每次投擲所出現的點數排列無任何規則，而 1 到 6 之出現機率相同，各為六分之一。

工程品管實務上大都採用隨機數來進行隨機抽樣，工程品管之抽樣量一般不大，常用由 0.001、0.002、…至 1.000 共計 1000 個數所組成之 3 位隨機數。

本節介紹 4 種隨機數之產生方法，第 2.2.1 節「自製隨機數」用於說明隨機數之產生原理，實務上請盡量採用第 2.2.2~2.2.4 節所介紹之隨機數表、計算機或電腦產生隨機數。在爭議處理等特別重要情況，建議採用國家標準等所附制式隨機數表，較具公正性且事後可查證隨機數之來源。

〔註：自製、計算機及電腦產生隨機數，每次產生數據不同，事後無法查證其來源。〕

2.2.1 自製隨機數

準備 10 個相同的圓球、硬幣或卡片等，各分別標上 0 到 9，做成 10 個數字標籤，將該數字標籤放入一只適當容器，充分拌勻，隨機抽出一個登錄其上數字，再置回容器，重複前述步驟直至獲得所需數量，將所獲得之

數字按取得順序及所需位數組合，即可獲得所需之隨機數。

【例 1】 試以數字標籤自製 5 個 3 位隨機數。

解：

(1) 以 0 到 9 共 10 個數字之自製數字標籤，重複隨機抽得 15 個數值，按抽得順序排列如下：

5 9 8 3 2 9 0 0 4 6 3 2 1 0 3

(2) 依序每 3 個數組成 1 個隨機數，並各除以 1000 用小數表示：

0.598 0.329 0.004 0.632 0.103

註：萬一產生重號，捨棄後者再行抽取一組 3 個數補足。

2.2.2 查隨機數表

統計書籍及工程規範常附有隨機數表，可供採用。表 1 係 ASTM D3665-2000[營建用材料隨機抽樣法]所附的隨機數表，由 0.001、0.002、… 1.000 的 1000 個隨機數所組成，一般工程品管抽樣量不大，此表已足敷使用。使用時，先以適當隨機方法選定一起點，然後依序取出所需個數之隨機數，通常由左往右，一列取完接下一列，若第 1 頁取完接第 2 頁，若第 2 頁取完接第 1 頁起點。

與 ASTM D3665 對應之中華民國國家標準為 CNS 15315[營建用材料隨機抽樣法]，其隨機數表已擴編為 10,000 數，本教材僅採用原 1,000 數之隨機數表作說明，以省篇幅。

【例 2】 試以表 1. 之 ASTM D3665-2000 隨機數表查取 4 個隨機數。

解：

(1) 準備 0 到 9 共 10 張數字卡片（可用任何花色撲克牌 A 至 10，A 代表 1，10 代表 0），以置回法重複隨機抽出 3 個卡片數作為起點指標，以前 2 號代表列號，第 3 號代表行號，假設抽得「141」，表示取用隨機數起點之座標為第 14 列第 1 行。

註：若 3 個卡片數為 000，代表第 100 列第 0 行。

(2) 由表 1 之第 14 列第 1 行起，由左往右連續查取 4 個隨機數如下：

0.348 0.311 0.232 0.797

2.2.3 以計算機產生隨機數

工程用計算機大多具隨機數產生功能，一般可顯示由 0.001 到 1.000 間之隨機數，工程品管上十分實用。

【例 3】試以工程用計算機產生 5 個隨機數。

解：

不同廠牌與機型之計算機常有不同操作方法，請詳閱計算機說明書。以下為幾種機型之範例：

(1) CASIO fx-991 及 CASIO fx-3600P 等：

每按 **INV** 鍵及小數點 **.** (RAN#) 鍵一次可產生一個隨機數，重複 5 次得以下 5 個隨機數：0.887 0.213 0.768 0.533 0.022

註：1. 有些計算機，以 **SHIFT** 鍵取代 **INV** 鍵，其餘步驟相同。

2. 每次操作計算機會得到不同之隨機數。

(2) CASIO fx-4500P 及 CASIO fx-5500L 等：

先按 **SHIFT** 鍵及小數點 **.** (RAN#) 鍵切入隨機數功能，字幕出現「RAN#」，再每按一次 **EXE** 鍵可得一個隨機數，重複 5 次得以下 5 個隨機數：

0.879 0.229 0.807 0.400 0.681

註：有些計算機以 **=** 或 **RUN** 鍵取代 **EXE** 鍵，其餘步驟相同。

2.2.4 以 EXCEL 產生隨機數

EXCEL 之隨機數產生函數如下：

=RAND()

此函數傳回一個大於 0 至 1 的隨機數。每當工作表重算或按 F9 鍵時，便會傳回一個新的隨機數。RAND() 函數最多可產生 15 位隨機數。實務上不需這麼多位數，可用 EXCEL 功能調整到所需位數。

表 1 隨機數表

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
01	0.272	0.519	0.098	0.459	1.000	0.554	0.250	0.246	0.736	0.432
02	0.994	0.978	0.693	0.593	0.690	0.028	0.831	0.319	0.073	0.268
03	0.039	0.449	0.737	0.501	0.960	0.254	0.239	0.474	0.031	0.720
04	0.144	0.695	0.339	0.621	0.128	0.032	0.413	0.617	0.764	0.257
05	0.312	0.138	0.670	0.894	0.682	0.061	0.832	0.765	0.226	0.745
06	0.871	0.838	0.595	0.576	0.096	0.581	0.245	0.786	0.412	0.867
07	0.783	0.874	0.795	0.430	0.265	0.059	0.260	0.563	0.632	0.394
08	0.358	0.424	0.684	0.074	0.019	0.345	0.618	0.176	0.352	0.748
09	0.494	0.839	0.337	0.325	0.669	0.083	0.043	0.809	0.981	0.499
10	0.642	0.514	0.297	0.869	0.744	0.824	0.524	0.656	0.608	0.408
11	0.485	0.240	0.292	0.335	0.088	0.589	0.127	0.396	0.401	0.407
12	0.728	0.819	0.557	0.050	0.152	0.816	0.404	0.079	0.703	0.493
13	0.029	0.262	0.558	0.159	0.767	0.175	0.979	0.521	0.781	0.843
14	0.918	0.348	0.311	0.232	0.797	0.921	0.995	0.225	0.397	0.356
15	0.641	0.013	0.780	0.478	0.529	0.520	0.093	0.426	0.323	0.504
16	0.208	0.468	0.045	0.798	0.065	0.315	0.318	0.742	0.597	0.080
17	0.346	0.429	0.537	0.469	0.697	0.124	0.541	0.525	0.281	0.962
18	0.900	0.206	0.539	0.308	0.480	0.293	0.448	0.010	0.836	0.233
19	0.228	0.369	0.513	0.762	0.952	0.856	0.574	0.158	0.689	0.579
20	0.746	0.170	0.974	0.306	0.145	0.139	0.417	0.195	0.338	0.901
21	0.363	0.103	0.931	0.389	0.199	0.488	0.915	0.067	0.878	0.640
22	0.663	0.942	0.278	0.785	0.638	0.002	0.989	0.462	0.927	0.186
23	0.545	0.185	0.054	0.198	0.717	0.247	0.913	0.975	0.555	0.559
24	0.360	0.349	0.569	0.910	0.420	0.492	0.914	0.115	0.881	0.452
25	0.789	0.815	0.464	0.484	0.020	0.007	0.547	0.941	0.365	0.261
26	0.279	0.609	0.086	0.852	0.890	0.108	0.076	0.089	0.662	0.607
27	0.680	0.235	0.706	0.827	0.572	0.769	0.310	0.036	0.329	0.477
28	0.078	0.444	0.178	0.651	0.423	0.672	0.571	0.660	0.657	0.972
29	0.676	0.830	0.531	0.888	0.305	0.421	0.307	0.502	0.112	0.808
30	0.861	0.899	0.643	0.771	0.037	0.241	0.582	0.578	0.634	0.077
31	0.111	0.364	0.970	0.669	0.548	0.687	0.639	0.510	0.105	0.549
32	0.289	0.857	0.948	0.980	0.132	0.094	0.298	0.870	0.309	0.441
33	0.961	0.893	0.392	0.377	0.864	0.472	0.009	0.946	0.766	0.287
34	0.637	0.986	0.753	0.566	0.213	0.807	0.017	0.460	0.515	0.630
35	0.834	0.121	0.255	0.453	0.376	0.583	0.422	0.371	0.399	0.366
36	0.284	0.490	0.402	0.151	0.044	0.436	0.747	0.694	0.136	0.585
37	0.038	0.814	0.594	0.911	0.324	0.322	0.895	0.411	0.160	0.367
38	0.351	0.283	0.027	0.220	0.685	0.527	0.943	0.556	0.853	0.612
39	0.143	0.384	0.645	0.479	0.489	0.052	0.187	0.990	0.912	0.750
40	0.512	0.056	0.018	0.122	0.303	0.803	0.553	0.729	0.205	0.925
41	0.296	0.705	0.156	0.616	0.534	0.168	0.564	0.866	0.739	0.850
42	0.451	0.536	0.768	0.513	0.481	0.880	0.835	0.734	0.427	0.847
43	0.837	0.405	0.591	0.370	0.104	0.848	0.004	0.414	0.354	0.707
44	0.724	0.153	0.841	0.829	0.470	0.391	0.388	0.163	0.817	0.790
45	0.665	0.825	0.671	0.623	0.770	0.400	0.068	0.440	0.019	0.944
46	0.573	0.716	0.266	0.456	0.434	0.467	0.603	0.169	0.721	0.779
47	0.332	0.702	0.300	0.570	0.945	0.968	0.649	0.097	0.118	0.242
48	0.755	0.951	0.937	0.550	0.879	0.162	0.791	0.810	0.625	0.674
49	0.439	0.491	0.855	0.446	0.773	0.542	0.416	0.350	0.957	0.419
50	0.700	0.877	0.442	0.286	0.526	0.071	0.154	0.988	0.333	0.626
51	0.523	0.613	0.752	0.733	0.528	0.072	0.820	0.929	0.777	0.461

表 1 隨機數表 (續)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
52	0.905	0.182	0.567	0.249	0.227	0.229	0.604	0.304	0.217	0.142
53	0.373	0.120	0.602	0.793	0.692	0.863	0.954	0.873	0.107	0.675
54	0.057	0.953	0.041	0.090	0.223	0.508	0.806	0.438	0.203	0.586
55	0.967	0.040	0.708	0.271	0.189	0.342	0.740	0.801	0.985	0.263
56	0.917	0.715	0.758	0.005	0.666	0.599	0.934	0.100	0.987	0.085
57	0.131	0.646	0.659	0.047	0.051	0.562	0.435	0.731	0.362	0.317
58	0.326	0.605	0.443	0.601	0.386	0.560	0.378	0.172	0.445	0.636
59	0.299	0.106	0.237	0.732	0.796	0.476	0.099	0.804	0.735	0.950
60	0.101	0.055	0.776	0.686	0.171	0.533	0.936	0.095	0.982	0.211
61	0.267	0.598	0.754	0.658	0.274	0.215	0.177	0.218	0.330	0.628
62	0.471	0.102	0.454	0.568	0.963	0.357	0.882	0.507	0.157	0.580
63	0.535	0.881	0.014	0.966	0.958	0.190	0.180	0.759	0.433	0.355
64	0.277	0.458	0.295	0.196	0.772	0.148	0.466	0.291	0.688	0.046
65	0.719	0.167	0.181	0.653	0.328	0.070	0.015	0.155	0.631	0.063
66	0.385	0.858	0.713	0.883	0.916	0.084	0.561	0.999	0.379	0.668
67	0.862	0.928	0.822	0.812	0.977	0.395	0.788	0.920	0.673	0.698
68	0.486	0.938	0.757	0.749	0.991	0.219	0.264	0.932	0.898	0.006
69	0.091	0.872	0.959	0.922	0.727	0.811	0.075	0.374	0.133	0.730
70	0.146	0.482	0.930	0.611	0.179	0.011	0.248	0.886	0.344	0.926
71	0.709	0.184	0.390	0.409	0.191	0.117	0.860	0.135	0.406	0.134
72	0.996	0.896	0.760	0.347	0.053	0.372	0.193	0.756	0.565	0.914
73	0.971	0.859	0.147	0.114	0.418	0.889	0.792	0.064	0.652	0.288
74	0.202	0.538	0.026	0.949	0.696	0.008	0.846	0.259	0.415	0.425
75	0.212	0.321	0.778	0.940	0.496	0.231	0.664	0.903	0.473	0.909
76	0.207	0.799	0.487	0.022	0.813	0.891	0.500	0.368	0.725	0.437
77	0.818	0.503	0.906	0.224	0.904	0.892	0.455	0.343	0.924	0.197
78	0.701	0.984	0.174	0.141	0.704	0.908	0.048	0.828	0.997	0.058
79	0.035	0.380	0.001	0.381	0.251	0.497	0.214	0.794	0.552	0.588
80	0.221	0.200	0.587	0.353	0.584	0.270	0.885	0.110	0.956	0.711
81	0.647	0.403	0.530	0.738	0.280	0.457	0.650	0.276	0.661	0.973
82	0.667	0.722	0.327	0.723	0.410	0.635	0.012	0.907	0.316	0.677
83	0.644	0.590	0.021	0.269	0.042	0.062	0.387	0.183	0.964	0.544
84	0.302	0.123	0.116	0.282	0.851	0.256	0.648	0.845	0.782	0.993
85	0.633	0.933	0.331	0.546	0.842	0.016	0.236	0.164	0.923	0.976
86	0.060	0.681	0.683	0.755	0.624	0.955	0.126	0.655	0.919	0.113
87	0.165	0.532	0.431	0.341	0.092	0.244	0.222	0.336	0.034	0.216
88	0.875	0.691	0.383	0.382	0.596	0.301	0.275	0.188	0.868	0.805
89	0.726	0.902	0.252	0.130	0.238	0.398	0.763	0.463	0.615	0.140
90	0.273	0.393	0.285	0.161	0.619	0.865	0.551	0.030	0.571	0.258
91	0.253	0.821	0.600	0.023	0.606	0.849	0.610	0.577	0.082	0.774
92	0.340	0.654	0.173	0.495	0.498	0.992	0.192	0.506	0.751	0.129
93	0.194	0.290	0.592	0.983	0.509	0.998	0.522	0.627	0.741	0.540
94	0.166	0.450	0.210	0.204	0.840	0.826	0.833	0.516	0.965	0.375
95	0.712	0.314	0.033	0.823	0.629	0.939	0.887	0.066	0.743	0.081
96	0.622	0.800	0.710	0.575	0.678	0.465	0.802	0.969	0.150	0.784
97	0.313	0.294	0.897	0.718	0.614	0.876	0.025	0.049	0.620	0.125
98	0.137	0.087	0.003	0.483	0.201	0.209	0.320	0.935	0.447	0.787
99	0.243	0.679	0.844	0.069	0.024	0.543	0.714	0.234	0.505	0.428
100	0.361	0.359	0.230	0.761	0.334	0.149	0.511	0.475	0.854	0.119

摘錄自 ASTM D3665-2000

2.3 隨機抽樣技術

隨機抽樣之基本步驟如下：

1. 依照施工規範確定檢驗批（或抽樣範圍）及樣本大小（抽樣件數），若規範無規定，宜在執行抽樣前商妥。
2. 將檢驗批之每一樣本單位依序編號，如果抽驗對象為散裝材料或平面等，應先將檢驗批按執行方便分割成適當樣本單位（sample unit）再予以編號。
3. 依照施工規範或實際狀況，選定適當之隨機抽樣方法（見以下數節）。
4. 取得所需個數之隨機數。
5. 按選定之隨機抽樣方法，抽出檢驗樣品或檢驗位置等。

實際抽樣作業應視工程實務狀況，靈活運用，例如某工程某天預定澆置 336m^3 混凝土，將由預拌廠分成 56 輛攪拌車送抵工地，則此 336m^3 混凝土為檢驗批，將每一輛攪拌車視作為一個樣本單位，以隨機方法決定應抽驗之車次。亦可用時間或空間座標等直接計算取樣時間或位置，例如將於一塊填土區上抽驗壓實度，可將該工區在平面圖分割成等面積之適當小區塊，再以隨機方法決定受檢驗之區塊。若該工區成正方形或長方形，亦可以隨機方法決定抽驗位置之縱座標及橫座標，由每一對座標決定取樣位置。如用於路面工程，縱座標為樁號，橫座標為距路邊之距離。

2.3.1 簡單隨機抽樣

簡單隨機抽樣（simple random sampling）亦稱「單純隨機抽樣」，係將檢驗批中之每一樣本單位分別編號（實務上並非真的一定填上號碼，只要能按一定順序找到任一號數所代表的樣本單位即可），利用第 2.2 節所述方法產生所需個數的隨機數，換算出每一隨機數所對應的樣本單位編號，即可據以取樣。

【例 4】 某混凝土工程，某日預定澆置相同規格混凝土共 336m^3 ，工程規範規定每 100m^3 至少需抽驗強度 1 次，故本日預計需抽驗 4 次（ $336/100=3.36$ ，採無條件進位為 4 次），混凝土將由預拌

廠分成 56 輛攪拌車送抵工地，為執行方便，將以抽驗 4 車方式進行，請以簡單隨機抽樣法決定抽驗之車次。

解：

(1) 由表 1. 查得 4 個隨機數 (引用【例 2】所得結果)：

0.348 0.311 0.232 0.797

(2) 檢驗批量 336m^3 相當於 56 車，將批量 56 車乘以各隨機數，並採用無條件進位法修整為整數，即得各抽驗車次，計算如表 2 所示。

表 2 簡單隨機抽樣法計算

No.	批量(車)	隨機數	乘積	抽驗車次
	(1)	(2)	(3)=(1)×(2)	(4)
1	56	0.348	19.488	20
2	56	0.311	17.416	18
3	56	0.232	12.992	13
4	56	0.797	44.632	45

註：抽驗車次採無條件進位法修整為整數。

抽樣結果參見圖 1 所示，簡單隨機抽樣為最基本方法，但有時抽樣位置會局部集中或一大區段沒抽到，在抽樣對象均勻性較差時，容易引起爭議，宜盡量避免單獨採用，可用分層隨機抽樣法改進。

2.3.2 分層隨機抽樣

分層隨機抽樣 (stratified random sampling) 係將檢驗批按預定樣本大小 (n) 等分為 n 小批 (sublot)，然後從每 1 小批中，以簡單隨機抽樣法各抽出 1 件樣本。

【例 5】同【例 4】情況，請改用分層隨機抽樣法決定抽驗之車次。

解：

- (1) 將檢驗批 (56 車) 均分為 4 小批，計算小批量： $56/4=14$
- (2) 由表 1 查得 4 個隨機數 (引用【例 2】所得結果)：
- 0.348 0.311 0.232 0.797
- (3) 以小批量乘各隨機數，加上前一小批尾數，並採用無條件進位法修整為整數，即得抽驗車次，計算如表 3 所示。

表 3 分層隨機抽樣法計算

No.	小批量 (車)	隨機數	乘積	前小批 尾數	合計	抽驗車次
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(3)+(4)	(6)
1	14	0.348	4.872	0	4.872	5
2	14	0.311	4.354	14	18.354	19
3	14	0.232	3.248	28	31.248	32
4	14	0.797	11.158	42	53.158	54

註：抽驗車次採無條件進位法修整為整數。

抽樣結果參見圖 1 所示，分層隨機抽樣法計算較麻煩，但可確保樣本分散到各小批，容易被接受，在抽樣量不多或抽樣對象均勻性較差時最宜採用。

2.3.3 系統抽樣

系統抽樣 (systematic sampling) 亦稱「等距抽樣」，係將檢驗批之每一樣本單位按編號順序由 1 至 N 排列，計算 $N/n=k$ ，於編號 1 至 k 內，以簡單隨機抽樣法抽出 1 件樣本，以下每 k 件抽取 1 件。系統抽樣應用於長條形工地時 (如道路)，可用每隔若干距離抽取一件，用於連續施工時 (如用輸送帶連續送料 6 小時)，可用每隔若干時間抽取一件。

[註：N 為檢驗批之批量，n 為預計之樣本大小。]

【例 6】同【例 4】情況，請改用系統抽樣法決定抽驗之車次。

解：

(1) 計算 k 值： $k=56/4=14$

(2) 由表 1 查得一個隨機數（引用【例 2】所得結果之第 1 數）：0.348

(3) 計算第一件取樣點位置（採用無條件進位法修整為整數）：

$$14 \times 0.348 = 4.872 \div 5$$

(4) 以後每增 14 車為抽驗車次，計算如表 4 所示。

表 4 系統隨機抽樣法計算

No	計算	抽驗車次
1	$14 \times 0.348 = 4.872$	5
2	$5 + 14$	19
3	$19 + 14$	33
4	$33 + 14$	47

註：抽驗車次採無條件進位法修整為整數。

抽樣結果參見圖 1 所示，系統隨機抽樣法最適用於抽樣量大及檢驗批之每一樣本單位可按順序排列之情況，若檢驗批有週期性變化，且抽樣間距恰為變化週期的整數倍數時，會發生嚴重偏差，不可採用。進料中或施工中之檢驗亦應避免採用，以免被對方預知取樣時機，而人為預作準備，影響樣本之代表性。以上 3 種抽樣結果如圖 1 所示。

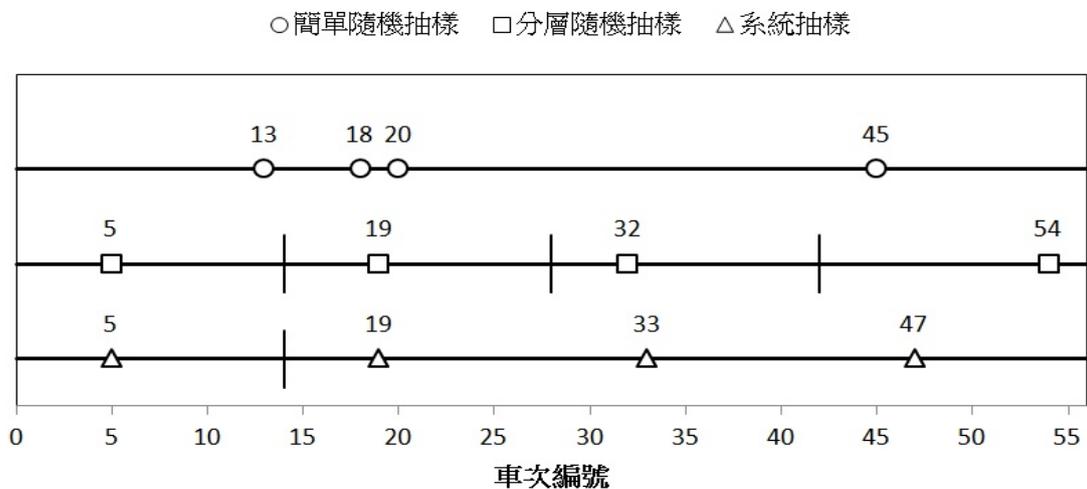


圖 1 三種隨機抽樣結果

三、以統計表與統計圖分析工程品質

品管作業中將獲得許多品質數據（檢驗數據），雖然有經驗的工程師可能從個別數據看出一些端倪，但必須經過一定程序的整理，分析和歸納，才能看出整體的狀況，甚至預估未來發展趨勢或各種變化間的因果關係。品管人員可簡單的利用適當統計表或統計圖，從事各種品質數據之整理分析，甚至展現品管成果，這在自我研析、品管圈活動及品管成果報告上都非常有用。

3.1 數據一覽表

數據整理之第一步為將品質數據集中，按業務需要適當分類（如：按工程別、料源別、檢驗項目別、檢驗期間別等分類）及建檔，將重要項目依時間順序登記製成「數據一覽表」。

表 5 所示為某混凝土工程之 28 天齡期之圓柱試體抗壓強度檢驗數據（規定強度 $fc' = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ）。該混凝土工程每次取樣模鑄 3 只圓柱試體，按規定養治至 28 天齡期，並檢測其抗壓強度，並依 CNS 3090[預拌混凝土]規定，計算同組各試體強度之平均數作為該次之試驗結果（test result）。表 5 將作為後續各節介紹分析方法之案例資料。

[註：依 CNS 3090 之定義，每 1 個抗壓強度試驗結果為同一次取樣所作各圓柱試體強度之平均數。有許多檢驗方法規定，同一試樣需重覆檢測若干次，取各次檢測數據之平均數作為該次試驗結果，其目的係為提高試驗結果之精密度。混凝土抗壓強度為破壞性檢驗，同一試體僅能檢驗一次，故需以同一試樣模鑄數個試體，分別測試。]

數據一覽表係將原始試驗報告中之相同部份集中在一起，可方便閱讀，並便於作進一步分析。由表 5 中得知試驗結果之最小值為 239(No. 22)，最大值為 385(No. 17)，故知此 30 次之抗壓強度落於 $239 \sim 385 \text{ kgf/cm}^2$ 之間。

表 5 混凝土抗壓強度數據一覽表

No.	取樣日期	抗壓強度(kgf/cm ²)				備註
		試體 1	試體 2	試體 3	試驗結果	
1	107.3.5	324	340	328	331	
2	107.3.5	324	314	331	323	
3	107.3.6	336	345	358	346	
4	107.3.6	365	351	345	354	
5	107.3.7	351	320	328	333	
6	107.3.7	336	348	330	338	
7	107.3.8	289	306	299	298	
8	107.3.8	305	354	319	326	
9	107.3.9	324	336	342	334	
10	107.3.9	311	280	305	299	
11	107.3.10	316	301	314	310	
12	107.3.10	271	247	260	259	
13	107.3.11	327	325	333	328	
14	107.3.11	342	365	354	354	
15	107.3.12	296	322	325	314	
16	107.3.12	356	341	332	343	
17	107.3.13	388	385	381	385	最大
18	107.3.13	304	303	323	310	
19	107.3.15	313	308	324	315	
20	107.3.15	249	265	285	266	
21	107.3.16	280	275	278	278	
22	107.3.16	240	241	236	239	最小
23	107.3.17	305	322	315	314	
24	107.3.17	356	366	377	366	
25	107.3.19	341	316	342	333	
26	107.3.19	290	306	288	295	
27	107.3.20	342	351	365	353	
28	107.3.20	367	361	364	364	
29	107.3.21	341	336	354	344	
30	107.3.21	318	342	330	330	

3.2 次數分配表

原始數據量龐大時，可按數值大小適當加以分組製作「次數分配表」，以便初步瞭解其分配狀況，並可供進一步繪製「直方圖」等統計圖之用。同一工程項目定期製作次數分配表時，建議每次採用相同之組距及組界編製次數分配表及繪製直方圖，方便各圖間之互相比較。茲以【例 7】說明次數分配表製作步驟。

【例 7】試以表 5 數據製作次數分配表（參見表 6）。

解：

(1) 計算數據之全距：

$$\text{全距} = \text{最大值} - \text{最小值} = 385 - 239 = 146$$

(2) 估計組數：

依經驗估計組數，若無足夠經驗，可用以下二方法之一概估組數。

方法一：史特吉斯（Sturges）經驗公式

$$k = 1 + 3.32 \times \log(n) \dots \dots \dots (1)$$

式中， k = 分組組數， n = 數據個數

方法二：經驗公式

$$k = \sqrt{n} \dots \dots \dots (2)$$

本例採用方法一： $n=30$ ，則 $k=1+3.32 \times \log(30)=5.9$ ，可試分 6 組。

[註：以上二公式僅提供一試用初值，實際採用組數尚需考慮使用之方便性及所呈現之分配狀況等。分組適當時，通常可看出資料之分佈型態，若數據過於集中少數組，表示 k 值太小，可酌增加；反之，數據過於分散，每組僅出現少數數據，表示 k 值太大，可酌減小。]

(3) 計算組距：

$$\text{組距} = \text{全距} / \text{組數} = 146 / 6 = 24.3$$

[註：1. 考量計算及製圖方便性，組距常取用 2、5 或 10 之整數倍數。

2. 為讓各組不重疊，組距常取用最小計量位之奇數（奇數除以 2 會比原數據往下多一位有效數或小數，雖然二組間之組上限與組下限同一數值，因該數不可能出現，故不會發生分組重疊情形）。]

本例經以上考慮，組距選定 25。

(4) 計算第一組之組下限：

$$\text{第一組之組下限} = \text{最小值} - \text{計量間距} / 2 = 239 - 0.5 = 238.5$$

[註：本例抗壓強度數據記錄到個位數，故計量間距=1。]

(5) 計算第一組之組上限：

$$\text{組上限} = \text{組下限} + \text{組距} = 238.5 + 25 = 263.5$$

(6) 計算第一組之組中值：

$$\text{組中值} = (\text{組下限} + \text{組上限}) / 2 = (238.5 + 263.5) / 2 = 251$$

(7) 計算其餘各組之組下限、組上限及組中值：

$$\text{組下限} = \text{前一組下限} + 25$$

$$\text{組上限} = \text{前一組上限} + 25$$

$$\text{組中值} = \text{前一組中值} + 25$$

依序完成表 6 之第 1~3 欄。

(8) 登錄劃記及計算次數：

將表 5 各「試驗結果」依所屬組範圍分別登錄劃記於表 6 第 4 欄，依序寫成正字。本例前 2 個數據 (331、323) 均位於 309.5-334.5 間，故於該組共各劃 1 筆，第 3 個數據 (346) 位於 334.5-359.5 之間，故於該組劃 1 筆，其餘類推。

登錄完成後，計算各組次數記入第 5 欄，計算得總數為 30，與原

數據量相符。

[註：劃記可依國人習慣寫成「正」字或依西式劃成「四豎線一斜線」之符號(參見圖2)。表6第4欄礙於打字限制，只用相同筆畫之類似字表示。]



圖2 西式劃記符號

(9) 計算各組之累積次數、相對次數及累積相對次數：

第6欄：第一組累積次數=第一組次數=2。第二組以後累積次數=前一組累積次數+本組次數，2+2=4、4+5=9等。

第7欄：各組相對次數%=同一組次數/總數×100%；2/30×100%=6.7%等。

第8欄：各組累積相對次數%=同一組累積次數/總數×100%；2/30×100%=6.7%、4/30×100%=13.3%等。

[註：因計算結果採4捨5入，相對次數之合計數有時會與100%有少許差異，次數分配表通常係作概估之用，以上少許差異不太影響實用所需精度，可不予理會。]

表6 次數分配表

組下限	組上限	組中值	劃記	次數	累積次數	相對次數%	累積相對次數%
(1)	(2)	(3) =[(1)+(2)]/2	(4)	(5)	(6)	(7)=(5)/總次數 ×100%	(8)=(6)/總次數 ×100%
238.5	263.5	251	丁	2	2	6.7	6.7
263.5	288.5	276	丁	2	4	6.7	13.3
288.5	313.5	301	正	5	9	16.7	30
313.5	338.5	326	正正丁	12	21	40	70
338.5	363.5	351	正一	6	27	20	90
363.5	388.5	376	下	3	30	10	100
			合計	30		100.1	

(10) 微調各組組下限、組上限及組中值：

必要時可微調各組界限，使分配型態較為勻稱，使呈現明顯的分配型態，本例資料分配已相當勻稱，也接近鐘形分配(常態分配)，不再進行微調。

由次數分配表(表6)可以獲得一些很有用的品質資訊，例如本次數分配表可以大致判斷出：

- (1) 估計數據分佈範圍：大部份數據落於 251~376 (最低組中值~最高組中值) 之間，全部數據位於 238.5~388.5 (最低組下限值~最高組上限) 之間。
- (2) 估計數據之平均數：平均數通常位於資料之分布中心附近，即累積相對次數 50%左右，本例用內差法概估為 326 ($=313.5+25\times(50\%-30\%)/(70\%-30\%)$)。
- (3) 估計某範圍所佔比例：由規定強度 280 相對應之累積相對次數，亦即估計數據小於 280 之累積相對次數約為 11% [$=6.7\%+(13.3\%-6.7\%)\times(280-263.5)/25$]，也就是說，約有 11% 之試驗結果小於 280 kgf/cm²。

3.3 直方圖

人對圖形通常比數字反應快、容易理解且印象較深，統計分析初步可將統計資料製成適當之統計圖，以便大致理解及選擇進一步分析之方向。統計分析結果也可製成統計圖，以便向他人解說。

以表 6 之第 3 欄「組中值」為橫座標，第 5 欄「次數」或第 7 欄「相對次數」為縱座標，以長方形表示，繪成直方圖 (histogram) (圖 3)，圖中之左右兩側可各加 1 組次數為 0，使直方圖與圖框保持適當空間，增加圖面美觀。直方圖常用於初步分析或簡報資料之用，由直方圖可以快速看出數據分配狀況。例如由圖 3 可初步辨識如下：

1. 數據分佈型態：該直方圖為左右約略對稱的山形，近似常態分配之鐘

形（詳見第五節），可判定此批混凝土之抗壓強度分佈大致正常。

2. 數據分佈範圍：由最小組中值與最大組中值得知，此批混凝土之抗壓強度大部份落於 251~376 kgf/cm²之間。
3. 數據之平均數：以目視判斷面積之左右對稱中心之橫座標約為 320，可概估此批混凝土之平均抗壓強度約為 320 kgf/cm²。
4. 估計某範圍所佔比例：如由目視概估小於 280 之面積約佔總面積的十分之一，估計抗壓強度小於 280 kgf/cm²約為 10%。

除以上介紹之統計表及統計圖之外，尚有許多種統計表及統計圖可加以應用，請讀者隨時留意他人使用案例，擇優學習應用。

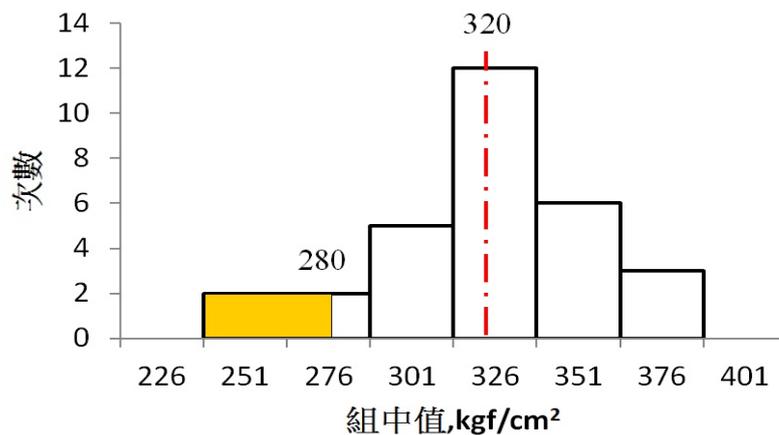


圖 3 混凝土抗壓強度直方圖

3.4 電腦繪製統計圖

EXCEL 可以輕易產生圖 4 所列 11 種統計圖，每種圖還可細分許多式樣，可自行活用。圖 3 之直方圖係以 EXCEL 之直條圖繪製，第五節之常態分配圖及第六節之管制圖均以 XY 散佈圖繪製。

茲以 2010 版 EXCEL 繪製圖 3. 之直方圖為例，說明基本步驟如下：

[註：其他版 EXCEL 之繪圖步驟略有差異，請參考該版 EXCEL 專書。]

1. 在 EXCEL 工作表鍵入組中值及次數 (表 7)，為了使直方圖左右兩側與圖框留出空白距離，故上下個多 1 組次數為 0。

表 7 EXCEL 工作表之繪製直方圖用數據

	A	B
1	226	0
2	251	2
3	276	2
4	301	5
5	326	12
6	351	6
7	376	3
8	401	0

2. 按工作列「插入」，選「直條圖」，選「平面直條圖」。
3. 按工作列「選取資料」，選彈出視窗中之「新增」。
4. 鍵入「數列名稱」(可留空白，電腦自動命名為數列 1)，點「數列值」，選次數 (B1:B8)，點「確定」，出現直條圖，但水平座標僅為 1、2、3...
5. 按「水平類別座標標籤」下之「編輯」，在彈出視窗中之「座標標籤範圍」欄選取「組中值」(A1:A8)、點「確定」、「確定」，水平座標已改為組中值，但各直條間有間距。
6. 點選任一直條，滑鼠按右鍵，彈出視窗中選「資料數列格式」，彈出視窗中「類別間距」修正為 0，按「關閉」，即得直方圖。
7. 可進一步增列水平及垂直座標軸標題及美化圖面等。

[註：利用 EXCEL 之【工具/資料分析/直方圖】功能，可由原始個別數據，按用者自行設訂之分組上限，自動產生次數分配表、直方圖及累積次數分配表圖等，因過程較為複雜，請讀者參見 EXCEL 書本。]

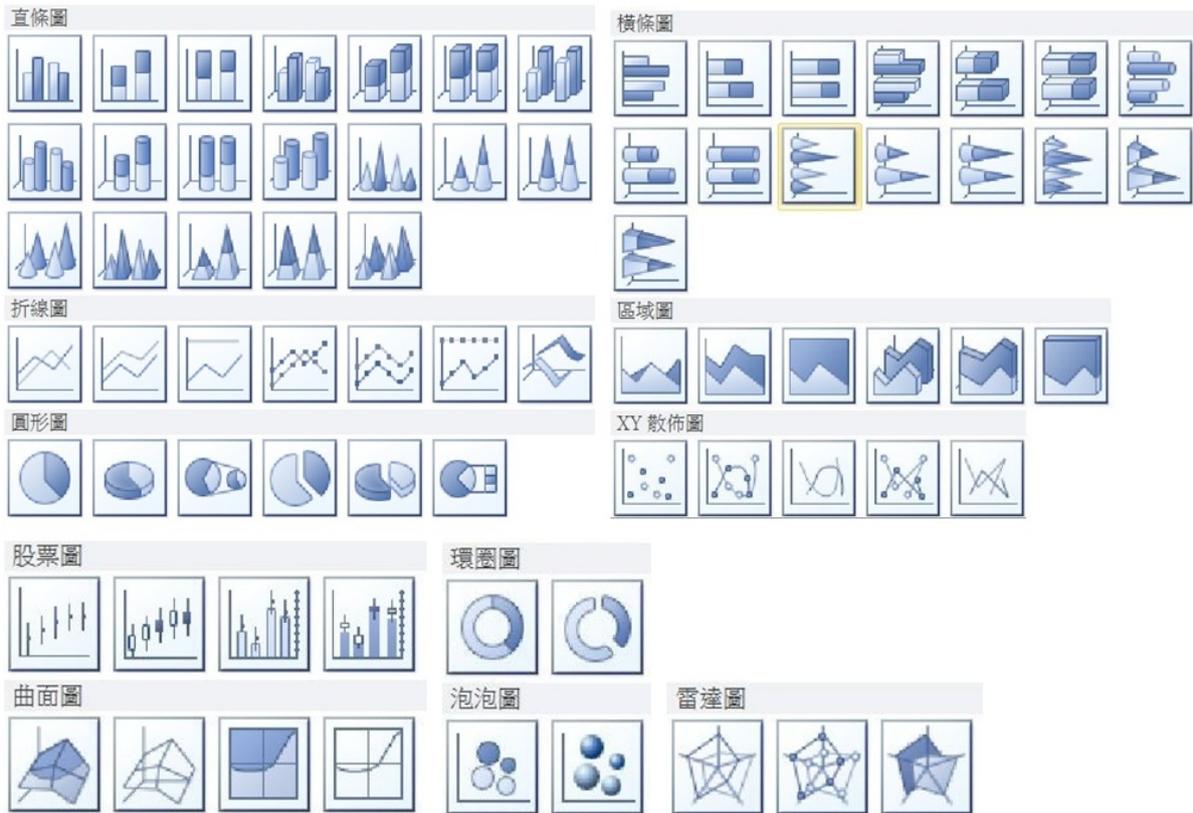


圖 4 EXCEL 繪圖功能所繪製統計圖 (由 EXCEL 畫面擷取及重整)

四、以統計量分析工程品質

除了簡單的統計表與統計圖之外，工程師常需更精確的量化表示工程品質，那就需要用到一些統計量，有很多統計量可用於表示工程品質的不同指標，本節介紹最常用到表示品質中心值與分散範圍的二種統計量。

4.1 工程品質之集中性與離散性

在相同條件下所生產或施工之工程品質特性，大都會出現在某一中心值附近，離開中心值越遠，出現機率越少，如圖 3 之直方圖成單峰山形，這種現象稱「集中趨勢」，工程品質管上常用平均數（亦稱平均值）表示該中心值。

工程品質必有若干程度之不均勻性，以平均數為中心，上下分布，其散佈之寬窄稱「離散程度」，品質越不均勻，離散程度越明顯。工程品質管上

常以全距、標準差及變異係數等來表示離散程度。圖 5 所示為表 5 前 5 個試驗結果數值之分佈狀況，其 5 個數值都不同，以平均數 337.4 為中心上下分散。

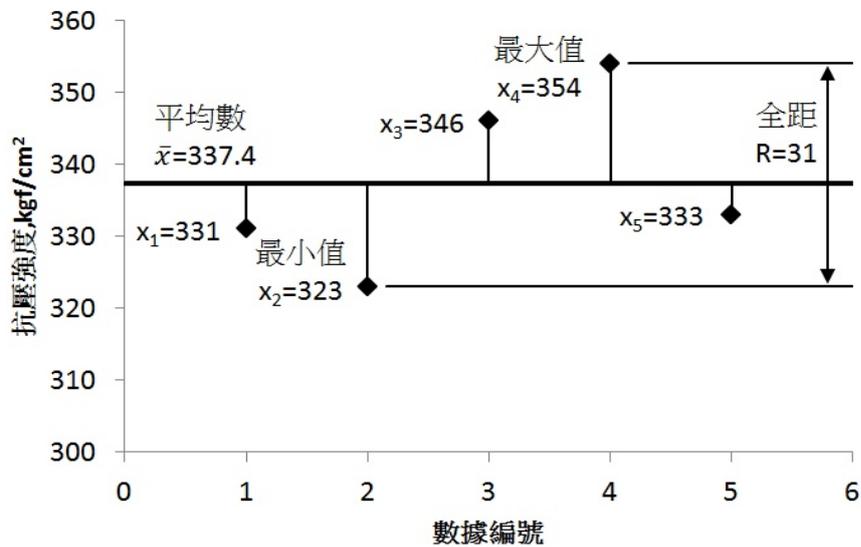


圖 5 品質數據之集中與離散

4.2 平均數

統計上有數種平均數，通常未特別指明時，平均數 (mean) 係指算術平均數 (arithmetic mean)，工程應用上亦稱之為平均值 (average)。

假設由一檢驗批抽取 n 個樣本進行檢驗，所得個別值分別為 x_1, x_2, \dots, x_n ，其平均數計算式如下：

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

式中， \bar{x} = 平均數。

x_i = 數據個別值， $i = 1 \sim n$ 。

n = 樣本大小 (數據個數)。

平均數 (\bar{x} ，唸 x bar) 係由樣本數據求得，稱為「樣本平均數」，工程實務上一般簡稱「平均數」。而檢驗批若進行全檢，所得個別值的平均數稱之「母體平均數」以 μ (唸 mu) 表示，母體平均數以 (4) 式計算：

$$\mu = \frac{1}{N}(x_1 + x_2 + \dots + x_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

式中， μ = 母體平均數。

x_i = 數據個別值， $i = 1 \sim N$ 。

N = 批量。

工程實務上，甚少作 100% 檢驗，故通常母體平均數 (μ) 為未知值，必須採用抽樣檢驗，計算樣本平均數，再利用樣本平均數估計母體平均數。例如某批材料抽驗 10 件作抗拉強度試驗，計算得 10 件之平均強度 (樣本平均數) 為 450 N/mm²，我們就用以估計該批材料之平均抗拉強度 (母體平均數) 為 450 N/mm²。估計必有若干誤差，但利用統計方法適當選定樣本大小 n ，可以讓抽樣誤差值控制在實務上可以接受的範圍，選擇樣本大小的方法需較高級統計技術，未列入此教材。

【例 8】 請計算表 5 前 5 次混凝土抗壓強度試驗結果之平均數。

331, 323, 346, 354, 333_kgf/cm²

解：

$$\bar{x} = \frac{(331 + 323 + 346 + 354 + 333)}{5} = 337.4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

(參見圖 6)

我們經常以平均數表示一群數據之中間值，例如平均長度、平均溫度、平均強度等。平均數在工程規範中常見以下二種應用：

1. 同一樣品重複檢測 n 次，以平均數作為檢驗結果，可提高檢驗結果之精密度 (precision)，此係因平均數之變異小於個別值變異。(參

見 5.4 節)

[註：精密度指重複檢驗結果間之差異程度，除提高檢驗儀器精度及操作人員水準可提高檢驗結果之精密度外，藉用增加重複檢驗次數取平均數之統計方法，亦可達此效果。變異指數據間之差異程度，常用變異數或標準差表示。]

2. 以平均數表示工程品質水準，規定每批抽驗若干件，其平均數應在某一定值以上。例如，某下限規格產品可規定平均數要求如下（參見 CNS 12963 裝飾混凝土磚之抗壓強度檢驗）：

$$\bar{x} \geq LSL + ks \quad (5)$$

式中， \bar{x} = 樣本平均數（抽驗 n 件之檢驗結果之平均數）。

LSL = 規格下限值。

k = 常數。

s = 標準差（抽驗 n 件之檢驗結果之標準差）。

[註：常數 k 由允收品質水準 (AQL)、抽樣冒險率等以統計方法設定，其設定過程較複雜，本教材未說明，需要時可參見 CNS 9445 [計量值檢驗抽樣程序及抽樣表]。平均數應高於 LSL 適當量，以確保合格率，若平均數等於 LSL，理論上有 50% 不合格。]

4.3 移動平均數

工程品質上也常取按時間順序取得數據之連續若干數之移動平均數 (\bar{x}_m)，以顯示品質之變動趨勢。所謂「移動平均數」係由第一個數開始，連續取某固定個數之平均數，然後逐次往下推進一數，每前進一數同時放棄最後一數。例如，計算 331, 323, 346, 354, 333 等 5 數之 3 數移動平均數如下：

表 8 移動平均數計算說明

x_i	331	323	346	354	333
\bar{x}_m	-	-	333.3	341.0	344.3

說明： $(331+323+346)/3=333.3$, $(323+346+354)/3=341.0$,
 $(346+354+333)/3=344.3$

表 9 為 A、B 及 C 三廠商所分別生產同一規格材料之連續 10 次之強度抽驗結果，其 10 次之平均數均為 100，但若計算各廠之連續 3 次檢驗結果之移動平均數，得表 10 數據，繪成圖 6 之品質變化趨勢圖，由移動平均數可看出，A 廠大致維持在 100 上下相同水準，B 廠則有逐漸上升趨勢，C 廠則成逐漸下降趨勢。

表 9 A、B、C 三廠連續強度抽驗結果

NO.	A 廠	B 廠	C 廠
1	101	96	104
2	99	98	100
3	100	100	100
4	99	99	101
5	103	101	100
6	98	99	99
7	100	102	100
8	101	99	101
9	100	103	97
10	99	103	98
平均	100	100	100

表 10 ABC 三廠連續強度抽驗之移動平均數

	A 廠		B 廠		C 廠	
	個別值	移動平均數	個別值	移動平均數	個別值	移動平均數
1	101		96		104	
2	99		98		100	
3	100	100.0	100	98.0	100	101.3
4	99	99.3	99	99.0	101	100.3
5	103	100.7	101	100.0	100	100.3
6	98	100.0	99	99.7	99	100.0
7	100	100.3	102	100.7	100	99.7
8	101	99.7	99	100.0	101	100.0
9	100	100.3	103	101.3	97	99.3
10	99	100	103	101.7	98	98.7
平均	100		100		100	

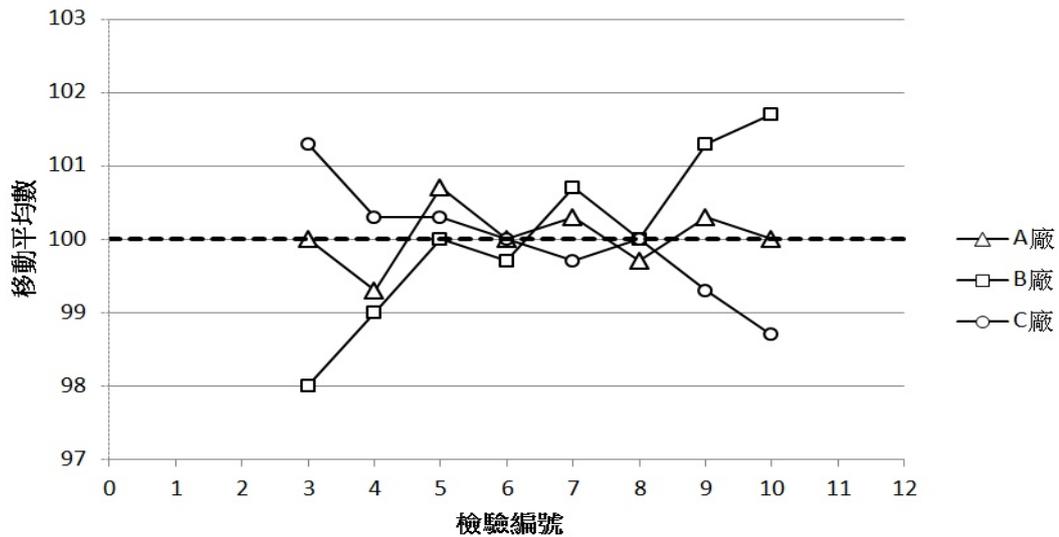


圖 6 品質變化趨勢圖 (移動平均數)

4.4 全距

全距 (range) 為一組數據中最大值與最小值之差值，計算公式如下：

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (6)$$

式中，R=全距。

x_{max} = 最大數據值。

x_{min} = 最小數據值。

【例 9】試計算表 5 前 5 次混凝土抗壓強度試驗結果之全距。

331, 323, 346, 354, 333 kgf/cm²

解：

$$R = 354 - 323 = 31 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (參見圖 6)}$$

全距用以表示一群數據之離散程度，全距愈大表示各數據互相差異愈大，即表示品質愈不均勻。

4.5 標準差

標準差 (standard deviation) 用於表示資料之離散程度，若由母體中抽取 n 個樣本，其值分別為 x_1, x_2, \dots, x_n ，其樣本標準差計算如下：

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (7)$$

式中， s = 樣本標準差 (單位與個別值相同)。

x_i = 數據個別值， $i = 1 \sim n$ 。

\bar{x} = 平均數。

n = 樣本大小 (數據個數)。

標準差 (s) 係由樣本數據求得，稱為「樣本標準差」，工程實務上一般簡稱「標準差」。

若經全檢測得檢驗批之每一個別值，則可據以計算母體標準差 (σ ，唸 sigma) 如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (8)$$

式中， σ = 母體標準差。

x_i = 數據個別值， $i = 1 \sim N$ 。

μ = 母體平均數。

N = 母體中之個體數。

工程實務上，甚少作 100% 檢驗，母體標準差 (σ) 未知，而必須採用抽樣檢驗，計算樣本標準差 (s)，再利用樣本標準差估計母體標準差 (σ)。例如，某工程所用材料經抽驗檢驗強度，計算得樣本標準差為 30 kgf/cm^2 ，則可估計該工程所用該材料強度之母體標準差為 30 kgf/cm^2 。

標準差用以表示一群數據之離散程度，標準差愈大表示各數據互相差異愈大，即表示品質愈不均勻。

【例 10】試計算表 5. 之前 5 次混凝土抗壓強度試驗結果之標準差。

$$331, 323, 346, 354, 333 \text{ kgf/cm}^2$$

[註：計算標準差通常需要比較多之數據，CNS 12891[混凝土配比設計準則]規定計算混凝土抗壓強度之標準差需有 30 個以上數據。本例僅以 5 個數據說明標準差計算方法，未考量 CNS12891 規定。]

解：

由【例 8】已計算得平均數： $\bar{x} = 337.4$

(參見圖 5)

4.6 變異係數

變異係數 (coefficient of variation) 為標準差對平均數之比值，計算公式如下：

$$V = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \quad (9)$$

式中， V = 變異係數 (可用小數或 % 表示，工程實務上較常採用 % 表示)。

s = 標準差。

\bar{x} = 平均數。

【例 11】試計算表 5 之前 5 次混凝土抗壓強度試驗結果之變異係數。

解：

由前 2 例已計算得： $\bar{x}=337.4$ ， $s=12.4$

$$V = \frac{12.4}{337.4} = 0.037 = 3.7\%$$

全距、標準差及變異係數均可用於表示數據之離散程度，其值越大表示數據越不均勻，數據為檢驗結果時，為品質越差。其應用比較如下：

1. 全距為表現資料離散程度之最簡易方法，日常生活中常用，惟其只考慮最大值與最小值，其他數值都不能反應出來。統計分析上常用於數據量甚少情況（約 10 個以下）。
2. 數據量多時，較適合採用標準差或變異係數表示數據之離散程度，而標準差或變異係數間之選用，宜視何者與分析對象有較高相關性，通常需要作現況調查分析。
3. 如何選用適當之統計量比較需要統計及工程專業，初學者可參照相關規範、較著名文獻或研究範例。

4.7 離散程度案例分析

表 11 及表 12 為美國混凝土學會 (American Concrete Institute, ACI) 技術文件 ACI 214R-11 建議用以評估混凝土管制水準（均勻性）之準則，表 11 適用於規定強度（一般常稱為設計強度） $f_c' \leq 350 \text{ kgf/cm}^2$ 之普通強度混凝土，表 12 適用於規定強度 $f_c' > 350 \text{ kgf/cm}^2$ 之高強度混凝土。分全面變異及組內變異兩部分，各分工地檢驗（適用於評估工程施工水準）及試驗室試拌（適用於評估試驗室作業水準）兩種標準，每種分 5 等級，其全面變異及組內變異說明如下（參見圖 7）：

1. 全面變異 (overall variation)：全面變異為各次試驗結果之高低變化幅度，表 11 普通強度混凝土以標準差評估，表 12 高強度混凝土以變異係數評估。標準差或變異係數愈大，表示混凝土品質愈不均

勻，管制水準愈差。其值過大，應檢討改進混凝土產製設備或生產管理。普通強度混凝土以各次之試驗結果，用(7)式計算得全面變異之標準差。高強度混凝土先以各次之試驗結果，用(7)式計算得全面變異之標準差，再用(9)式計算得全面變異之變異係數。

2. 組內變異 (within-batch variation): 為同一組試體之各強度間之高低變化幅度，表 11 及表 12 均以變異係數表示，用於評估抗壓強度試驗之精密度 (precision)。其變異係由於各試體之製作、養治及試驗等差異而引起，組內變異與試驗操作及試驗儀器穩定性有關，組內變異係數大表示從取樣至試壓之過程不穩定，其值太大應檢討改進取樣至試驗之各階段作業及試驗設備之穩定性。組內變異係數僅為同組試體強度間互相比較，為同一樣品之重複試驗間差異，與混凝土品質無關。計算組內變異係數，需先計算組內變異之標準差，再以(9)式計算變異係數。因一組試體之個數甚少(CNS 3090 規定至少 2 個，一般常用 2~5 個)，不宜用(7)式計算標準差，需以(11)式估計(詳【例 12】)。

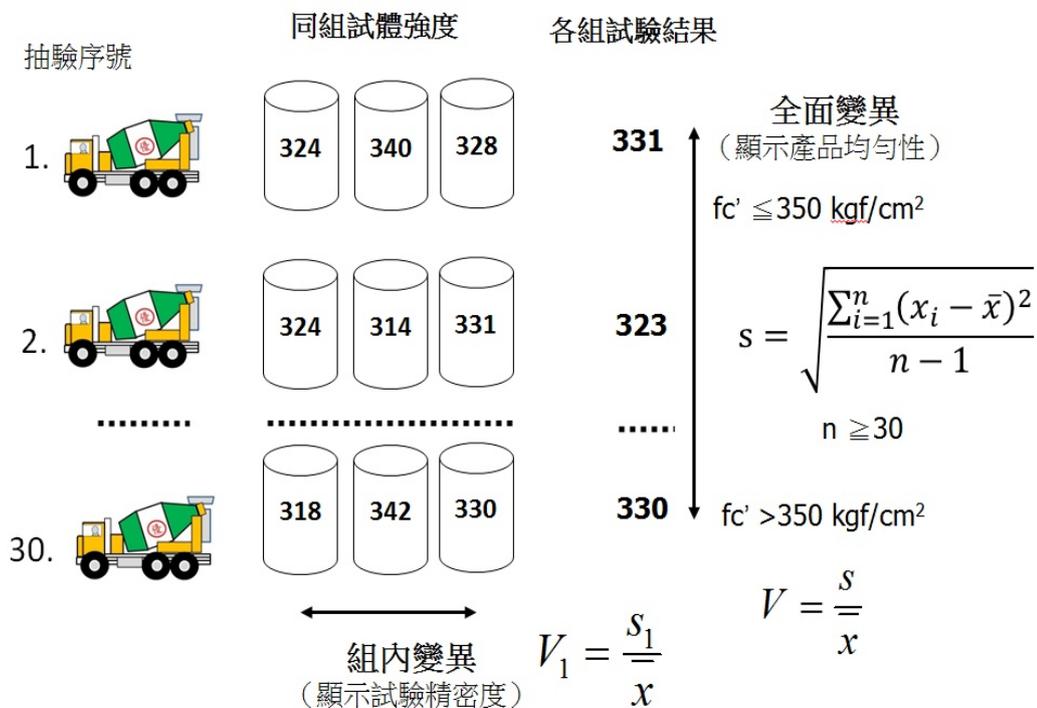


圖 7 混凝土抗壓強度之全面變異與組內變異 (參見表 5 數據)

表 11 ACI 214R-11 混凝土管制水準評估準則
(適用於 $f_c' \leq 350 \text{ kgf/cm}^2$ 普通強度混凝土)

全面變異 (標準差, kgf/cm^2)					
作業等級	很好	好	正常	差	很差
	Excellent	Very Good	Good	Fair	Poor
工地試驗	<28	28~35	35~42	42~49	>49
試驗室試拌	<14	14~18	18~21	21~25	>25
組內變異 (變異係數, %)					
作業等級	很好	好	正常	差	很差
	Excellent	Very Good	Good	Fair	Poor
施工試驗	<3.0	3.0~4.0	4.0~5.0	5.0~6.0	>6.0
試驗室試拌	<2.0	2.0~3.0	3.0~4.0	4.0~5.0	>5.0

表 12 ACI 214R-11 混凝土管制水準評估準則
(適用於 $f_c' > 350 \text{ kgf/cm}^2$ 高強度混凝土)

全面變異 (變異係數, %)					
作業等級	很好	好	正常	差	很差
	Excellent	Very Good	Good	Fair	Poor
工地試驗	<7.0	7.0~9.0	9.0~11.0	11.0~14.0	>14.0
試驗室試拌	<3.5	3.5~4.5	4.5~5.5	5.5~7.0	>7.0
組內變異 (變異係數, %)					
作業等級	很好	好	正常	差	很差
	Excellent	Very Good	Good	Fair	Poor
工地試驗	<3.0	3.0~4.0	4.0~5.0	5.0~6.0	>6.0
試驗室試拌	<2.0	2.0~3.0	3.0~4.0	4.0~5.0	>5.0

統計分析雖可獲得客觀品質量化指標，但作業等級之評估標準則需依據工程專業制定，其制定應考慮生產能力及使用上之需求。我國尚無官方頒布之混凝土管制水準之評估標準，一般普遍採用 ACI 214R 準則。

茲以 (7) 式計算表 5 之 30 次試驗結果之標準差為 32.8 kgf/cm^2 ，如果該混凝土之規定強度為 280 kgf/cm^2 ，屬於普通強度混凝土，故對照表 11，可判定該工程之混凝土品質均勻性屬「好等級」，應繼續保持或更努力精進。

如果另有一工程混凝土之規定強度為 420 kgf/cm^2 ，屬於高強度混凝土

土，計算得試驗結果之平均數為 500 kgf/cm²，標準差為 50 kgf/cm²，故變異係數為 10% (=50/500)，對照表 12，可判定該工程之混凝土品質均勻性屬「正常等級」，還需要加強品質管制。

4.8 少量數據之標準差與變異係數計算

計算標準差需要比較多數據，當樣本大小 (n) 較少時，有時需要計算標準差或變異係數，此情況下若用 (7) 式計算標準差，其偏差值較大。此時可先計算 10 組以上數據之組內全距，再以 (10) 式計算各組之平均全距 (\bar{R})，然後以 (11) 式用平均全距推估標準差，如此會獲得較理想結果，其公式如下：

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k} \quad (10)$$

式中， \bar{R} = 平均全距。

R_i = 第 i 組之全距。

k = 樣本組數，通常要求 $k \geq 10$ ，使推估結果較理想，有時數據取得困難，雖然 k 未達 10，亦有技術文獻採用，此時之推估誤差可能較大。

$$s = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (11)$$

式中， s = 樣本標準差 (亦用於估計母體標準差)

\bar{R} = 平均全距。

d_2 = 統計係數， d_2 和每組之樣本大小 (n) 有關，見表 13。若為計算混凝土之組內標準差， n 即為一組試體之個數。如果為非破壞性檢驗，此處之 n 相當於對同一樣品之重複檢驗次數。

表 13 d_2 係數

樣本大小(n)	d_2
2	1.128
3	1.693
4	2.059
5	2.326
6	2.534
7	2.704
8	2.847
9	2.970
10	3.078

【例 12】請以表 5 前 10 次之混凝土抗壓強度，計算組內標準差及變異係數。

解：

表 14 以平均全距估計標準差及組內變異係數

No.	試體強度			試驗結果	全距
	X_1	X_2	X_3	X	R_1
1	324	340	328	331	17
2	324	314	331	323	22
3	336	345	358	346	16
4	365	351	345	354	20
5	351	320	328	333	31
6	336	348	330	338	18
7	289	306	299	298	17
8	305	354	319	326	49
9	324	336	342	334	18
10	311	280	305	299	31
平均數				328.2	23.9
d_2	以 $n=3$ 查表 13，得				1.693
s_1	$=23.9/1.693=$				14.1
V_1	$=14.1/328.2=$				4.3%

註：ACI-214R 係以 s_1 及 V_1 分別表示組內標準差及組內變異係數。

對照表 11 得知該組內變異 ($V_1=4.3\%$) 屬「正常等級」，表示同一組 3 試體強度間相差中等，仍需要檢討增進試驗作業一致性與試驗機穩定性等。

4.9 使用計算設備作統計運算

4.9.1 計算機之統計功能

工程用之電子計算機大多具基本統計計算功能，數據量不大時，十分實用，其主要操作步驟如下：

1. 開機。
2. 切入統計功能模式。
3. 清除統計記憶（目前有一部份計算機具有統計記憶功能，在統計功能模式輸入及運算之後，會將該資料保留於記憶中，離開統計功能後，甚至關機之後，仍繼續保留，在輸入新數據前必須將其清除，否則新數據會與原存數據混淆，影響分析結果。若計算機無此功能，若免此步驟）。
4. 鍵入數據。
5. 查詢所需之統計量。
6. 切回一般計算功能模式。

目前市面計算機廠牌及型號甚多，操作方法各有不同，請學員自行參閱各計算機所附之操作手冊。以下僅以一種常見計算機為例說明之。

【例 13】 試以計算機計算表 5. 前 5 次之混凝土抗壓強度之平均數與標準差。

331, 323, 346, 354, 333 kgf/cm²

解：茲以 CASIO fx-82（無統計記憶功能）計算機為例說明之。

表 15 計算機之統計運算

按鍵。	顯示。	說明。
MODE	SD	進入統計功能。
331 M+(DATA)	331	鍵入數據。
323 M+(DATA)	323	鍵入數據。
346 M+(DATA)	346	鍵入數據。
354 M+(DATA)	354	鍵入數據。
333 M+(DATA)	333	鍵入數據。
SHIFT 6(n)	5	已鍵入 5 個數據。
SHIFT 7(\bar{x})	337.4	平均數。
SHIFT 9(σ_{n-1})	12.4	樣本標準差。
SHIFT 8(σ_n)	11.1	母體標準差。

註：按鍵欄 () 中所示為計算機按鍵上方之提示字。

4.9.2 EXCEL 之統計函數

如果數據量龐大、計算複雜或重複性高之統計分析，可用 EXCEL 執行。EXCEL 有上百個統計函數及數學函數等，可作常見之各種統計分析，若用「增益集」安裝「分析工具箱」，則在「資料」下之「資料分析」中，可執行更多統計功能。以下說明本節介紹 4 個統計量之 EXCEL 計算（參見表 16）：

1. 開啟 EXCEL，在 B2~B6 格鍵入數據。
2. 在 B7~B10 格分別鍵入 C7~C10 所示函數。
3. 則在各格中出現相應統計量之數值：平均數=337.4、樣本標準差=12.4、變異係數=0.037、全距=31。

表 16 計算本節各統計量之 EXCEL 畫面

	A	B	C
1	名稱	數值	說明
2	1	331	
3	2	323	
4	3	346	
5	4	354	
6	5	333	
7	平均數	337.4	=AVERAGE(B2:B6)
8	標準差	12.42	=STDEV.S(B2:B6)
9	變異係數	0.037	=B8/B7
10	全距	31	=MAX(B2:B6)-MIN(B2:B6)

五、常態分配在工程品管之應用

5.1 工程品質之常態分配

繪製直方圖時，如果數據個數逐漸增加，則分組數亦可相對增加，則組距會逐漸變小，直方圖將逐漸趨近於平滑曲線，很多品質特性之分配曲線常呈左右對稱之鐘形曲線（如圖 8 所示），稱為常態分配曲線（normal distribution curve）。

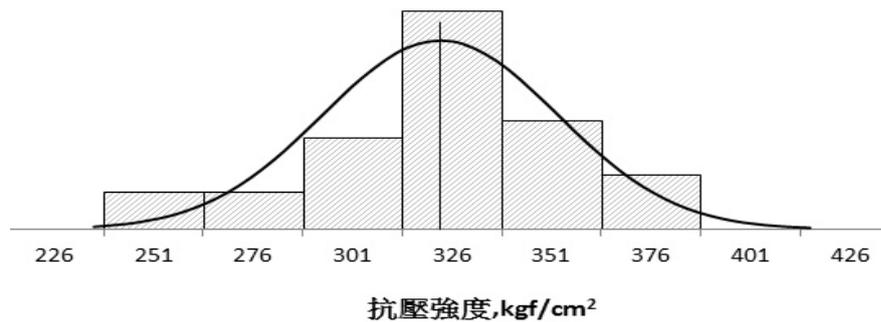


圖 8 直方圖與常態分配曲線

常態分配曲線可用 (12) 式之常態分配之機率密度函數表示：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < X < \infty \quad (12)$$

式中， x = 品質特性之隨機變數。

$e = 2.71828$ (自然對數之底)。

μ = 母體平均數。

σ = 母體標準差。

當 X 呈現常態分配，其平均數 = μ ，標準差 = σ ，可用以下簡式表示之：

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (13)$$

假設 X 代表混凝土之抗壓強度，已知抗壓強度為常態分配，某批混凝土之平均數為 322.7 kgf/cm^2 ，標準差為 32.8 kgf/cm^2 ，則可表示如下：

$$X \sim N(322.7, 32.8^2)$$

實務上常將工程品質假設為常態分配，以此項假設為基礎，我們可以設定許可差大小、預定製程目標、製作管制圖、建立抽樣檢驗計畫、評估製程能力等，用途廣泛。

常態分配曲線有以下特質：

1. 常態分配曲線為單峰型，峰頂所對應之水平座標值為母體平均數(μ) (圖 9)。

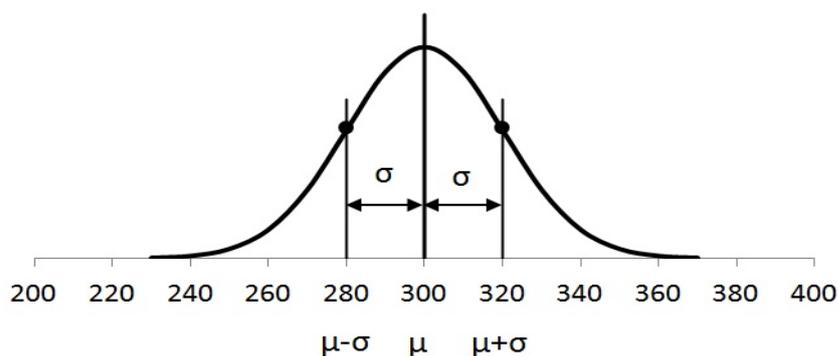


圖 9 $X \sim N(300, 20^2)$ 之常態分配圖

2. 常態分配曲線為左右對稱於 $x = \mu$ 之垂直軸，兩側各有一個反曲點，各反曲點與平均數之水平距離為一個母體標準差 (σ) (圖 9)。
3. 兩側以水平軸為漸近線，所涵蓋範圍為 $-\infty$ 至 $+\infty$ 。在 $\mu - 3\sigma$ 及 $\mu + 3\sigma$ 處，常態分配曲線已相當接近水平軸，在 $\mu - 4\sigma$ 及 $\mu + 4\sigma$ 處，常態分配曲線已幾乎接近水平軸，一般繪製常態分配曲線，繪出 $\mu - 3\sigma$ 及 $\mu + 3\sigma$ 範圍已相當足夠，但有規格上下限或其他相關資料時，則亦應包括在圖面範圍內，以供判讀。
4. 常態分配有兩個參數，分別為平均數 (μ) 和標準差 (σ)，曲線形

狀由此兩參數決定：

(1) 平均數 (μ) 決定常態分配曲線中心線之水平位置：

平均數變大時，中心線往右平移；反之，平均數變小時，中心線往左平移（圖 10）。

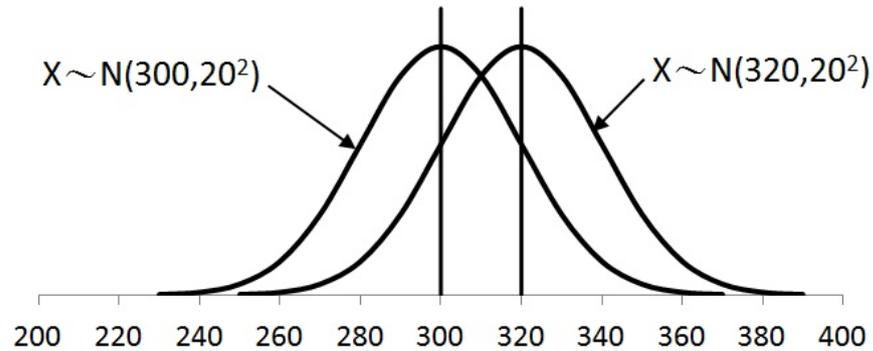


圖 10 $X \sim N(300, 20^2)$ 與 $X \sim N(320, 20^2)$ 之常態分配圖
(平均數改變之影響)

(2) 標準差 (σ) 決定曲線分散寬窄：

標準差大時，曲線平緩，分布寬闊，表示品質較不均勻；標準差小時，曲線尖銳，分布狹窄，表示品質較均勻（圖 11）。

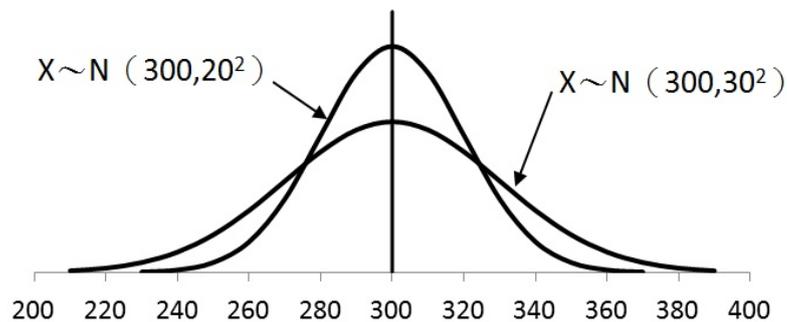


圖 11 $X \sim N(300, 20^2)$ 與 $X \sim N(300, 30^2)$ 之常態分配圖
(標準差改變之影響)

5. 常態分配曲線總覆蓋面積（水平座標由 $-\infty$ 至 $+\infty$ ）為所有數值之出現總機率，設定為 1。水平軸上任何兩座標點（ x_a 及 x_b ）所夾曲線面積，為此兩座標值間之出現機率 $P[x_a \leq X \leq x_b]$ 。（圖 12）

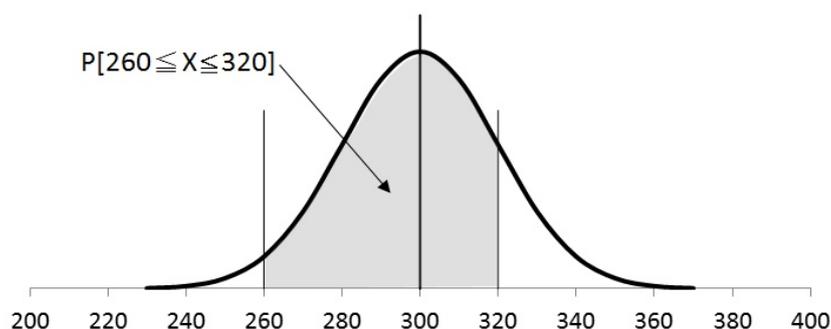


圖 12 左右二直線與曲線所夾面積為 $X \sim N(300, 20^2)$ 常態分配中 $X = 260 \sim 320$ 所佔機率，即 $P[260 \leq X \leq 320]$

6. 任何常態分配 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 均可標準化為標準常態分配 $Z \sim N(0, 1)$ （ $\mu = 0$ 、 $\sigma = 1$ ）（圖 13）。轉換前後之兩組對應座標點所夾曲線面積佔其總面積之比率相同，標準常態分配之面積可查標準常態分配表取得。

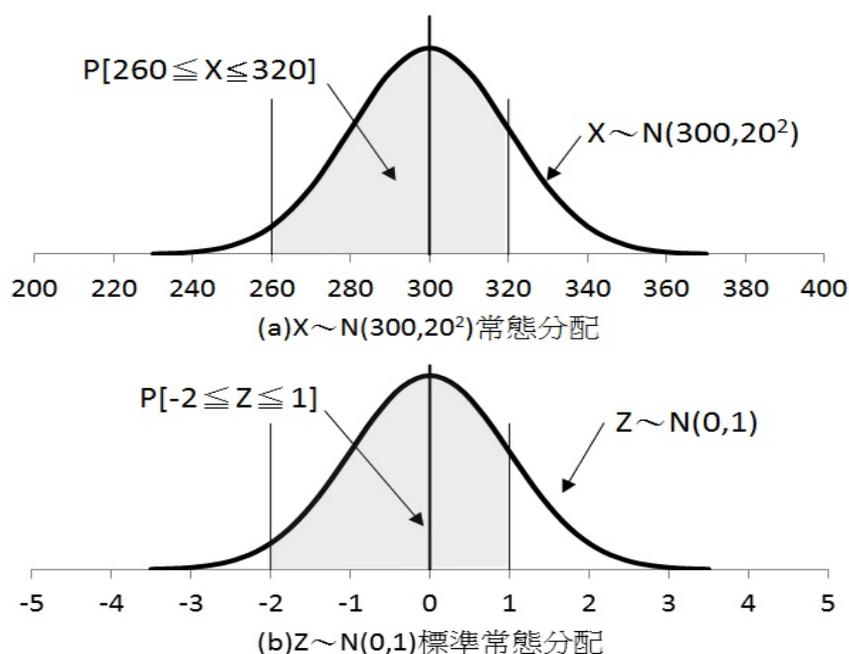


圖 13 常態分配之標準化（標準化後相對應區塊面積佔各自總面積之比例相同，即 $P[260 \leq X \leq 320] = P[-2 \leq Z \leq 1]$ ）

5.2 以常態分配估計機率

工程品管上常假設品質特性為常態分配，我們可據以估計檢驗值出現在某一定範圍內的機率，如合格率（品質特性在規格界限內之機率，常以PWL (Percent Within Limit) 表示）、不合格率（品質特性超出規格界限之機率）等。

假設某品質特性以 X 表示，且知其呈現常態分配，經抽驗並計算得樣本平均數 (\bar{x}) 及樣本標準差 (s)，今欲估計該品質特性出現在 x_a 及 x_b 間之機率， $P[x_a \leq X \leq x_b]$ 。估計方法如下：

x_b 間之機率， $P[x_a \leq X \leq x_b]$ 。估計方法如下：

1. 以樣本平均數 (\bar{x}) 估計母體平均數 (μ)。
2. 以樣本標準差 (s) 估計母體標準差 (σ)。
3. 確定所求數值之上下限範圍： x_a 及 x_b 。
4. 分別計算 x_a 和 x_b 與平均數 (μ) 之差距，以標準差 (σ) 表示：

$$z_a = \frac{x_a - \mu}{\sigma} \quad (14)$$

$$z_b = \frac{x_b - \mu}{\sigma} \quad (15)$$

5. 查標準常態分配表 (表 14)，分別求得由 $-\infty$ 到 z_a 與 $-\infty$ 到 z_b 之累積機率：

$P[Z \leq z_a]$ ： z 在 z_a 以下之累積機率。

$P[Z \leq z_b]$ ： z 在 z_b 以下之累積機率。

6. 相減二累積機率，即可得解：

$$P[x_a \leq X \leq x_b] = P[Z \leq z_b] - P[Z \leq z_a] \quad (16)$$

$P[Z \leq z_a]$ 為標準常態分配之累積機率，係由 (17) 式計算，人工作業實

務上，則由查標準常態分配表（表 17）得之。

$$P[Z \leq z_a] = F(z_a) = \int_{-\infty}^{z_a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \quad (17)$$

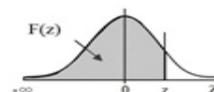
式中， $F(z_a)$ 代表標準常態分配由 $-\infty$ 到 z_a 之累積機率。

常態分配曲線為左右對稱，標準常態分配表通常僅列 $z \geq 0$ 部份，需用 $z < 0$ 部份時，因為標準常態分配在 $-z$ 以下部份之面積 $F(-z)$ 等於 z 以上部份之面積 $1 - F(z)$ ，故可用（18）式換算。

$$F(-z) = 1 - F(z) \quad (18)$$

表 17 標準常態分配表

$$F(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997

【例 14】某混凝土工程經連續 30 次之抗壓強度檢驗，試驗結果如表 5. 所示，計算得平均數 = 322.7 kgf/cm²，標準差 = 32.8 kgf/cm²。假設抗壓強度呈常態分配，試估計以下機率（X 代表混凝土之抗壓強度）：

(1) $P [X \leq 380]$ ：強度在 380 以下佔全數之比例。

(2) $P [X \leq 245]$ ：強度在 245 以下佔全數之比例。

(3) $P [245 \leq X \leq 380]$ ：強度介於 245 與 380 間佔全數之比例。

解：

(1) 以樣本平均數及樣本標準差，分別估計得母體平均數及母體標準差如下：

$$\text{母體平均數 } \mu = 322.7 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{母體標準差 } \sigma = 32.8 \text{ kgf/cm}^2$$

(2) 計算 $P [X \leq 380]$ ：(參見圖 14)

$$z = (380 - 322.7) / 32.8 = 1.75$$

$$\text{得知，} P [X \leq 380] = P [Z \leq 1.75]$$

查表 17 (標準常態分配表)：由最左欄 $z=1.7$ 及表頭列 $z=0.05$ 之交叉點，得 $F(Z \leq 1.75) = 0.9599$ ，故得知

$$P [X \leq 380] = 0.9599 = 95.99 \%$$

[註：若 300 為規格上限，則 95.99% 為合格率 (PWL)。實際上混凝土之抗壓強度規格通常只設下限值，但有些品質特性則設上限值，如：混凝土之氯離子含量、細粒料之含泥量、鋼筋之輻射強度及機電設備接地線之電阻等。]

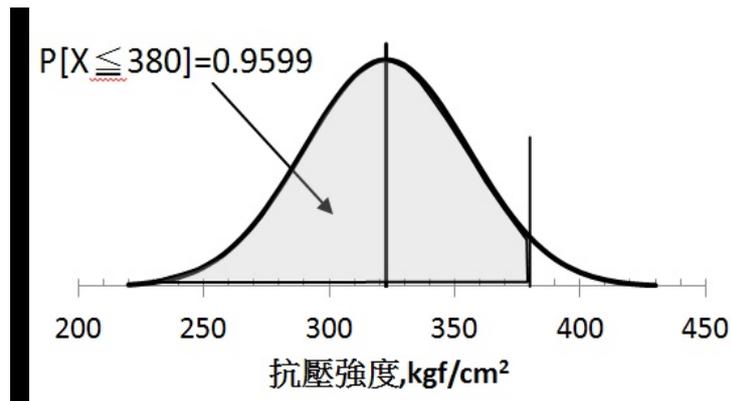


圖 14 $P[X \leq 380]$

(3) 計算 $P[X \leq 245]$: (參見圖 15)

$$Z = (245 - 322.7) / 32.8 = -2.37$$

$$\text{得知, } P[X \leq 245] = P[Z \leq -2.37]$$

因為常態分配為左右對稱，故 $P[Z \leq -2.37] = P[Z \geq 2.37]$

因為常態分配下之總面積=1，故 $P[Z \geq 2.37] = 1 - P[Z \leq 2.37]$

查表 17 (標準常態分配表) : $P[Z \leq 2.37] = 0.9911$

$$\text{故, } P[X \leq 245] = 1 - 0.9911 = 0.0089 = 0.89\%$$

註：若 245 為規格下限，則 0.89% 為不合格率，合格率 (PWL)=99.11%。

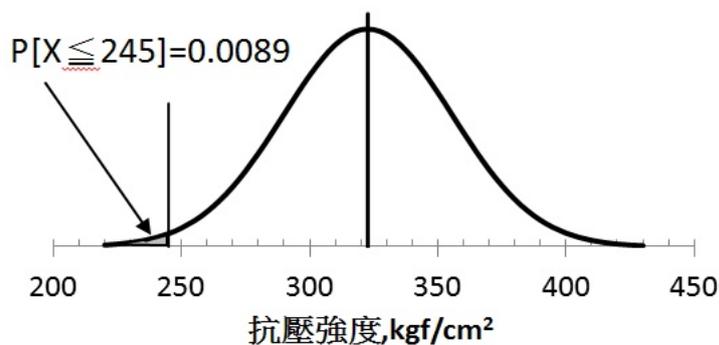


圖 15 $P[x \leq 245]$

(4) 計算 $P [245 \leq X \leq 380]$: (參見圖 16)

$$\begin{aligned} P [245 \leq X \leq 380] &= P [X \leq 380] - P [X \leq 245] \\ &= 0.9599 - 0.0089 = 0.9510 = 95.10\% \end{aligned}$$

[註：若 380 及 245 分別為規格上下限，則 95.10% 為合格率 (PWL)。有些品質特性係同時有上下限要求，例如新拌混凝土之坍度、鋼筋之降伏強度及大部分產品之尺度。]

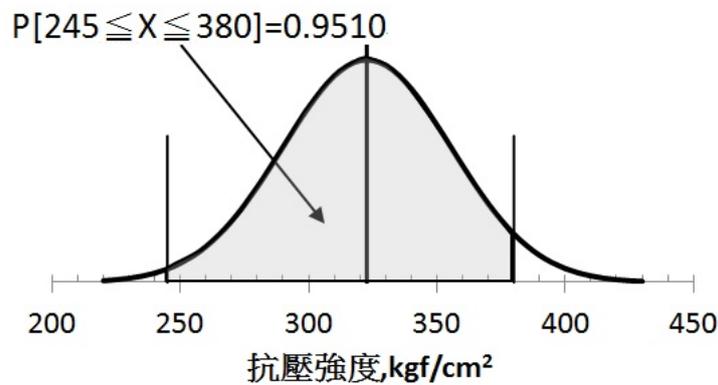


圖 16 $P [245 \leq x \leq 380]$

工程品管上常以常態分配估計 $\mu \pm 1$ 至 3σ 之涵蓋機率，可計算如下 (參見圖 17) :

$$P [\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma] = P [-1 \leq Z \leq 1] = 2(0.8413 - 0.5) = 0.6826 \doteq 68\%$$

$$P [\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma] = P [-2 \leq Z \leq 2] = 2(0.9772 - 0.5) = 0.9544 \doteq 95\%$$

$$P [\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma] = P [-3 \leq Z \leq 3] = 2(0.9987 - 0.5) = 0.9974 \doteq 99.7\%$$

[註：採 4 捨 5 入 0.9974=1，因機會不可能達 100%，故習慣上採用 99% 或 99.7%。]

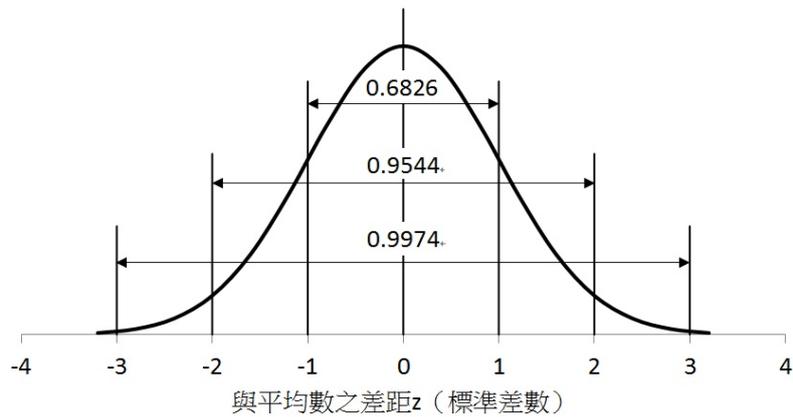


圖 17 常態分配常用涵蓋機率

假設某批零件長度呈常態分配，已知平均數 $\mu = 100\text{mm}$ ，標準差 $\sigma = 0.01\text{mm}$ ，則可估計批零件長度在 $100 \pm 0.01\text{mm}$ 以內佔全數之 68%，在 $100 \pm 0.02\text{mm}$ 以內佔全數之 95%，在 $100 \pm 0.03\text{mm}$ 以內佔全數之 99.7%。

工程習慣上常取設計標稱值 $\pm 3\sigma$ 作為自然許可差界限 (natural tolerance limit)，若母體為常態分配時，其涵蓋機率約為 99.7%。工程項目很重要時，可進一步考慮採用 $\pm 2\sigma$ 甚至 $\pm 1\sigma$ 作為許可差，其涵蓋機率分別為 95% 及 68%。許可差訂得越窄，會有較高之成品精度，但施工成本也會提高，精度與成本間需要平衡考量。

【例 15】 某工程需規定 X 材料之長度許可差，經調查以往可接受之正常製程資料，分析得長度之標準差為 0.2mm，如此長度標準差之材料在使用上無不良反應。擬以此資料取 ± 3 個標準差作為規格許可差界限，請計算之。

解：

取正負 3 個標準差 ($\pm 3\sigma$) 作為規格許可差界限，故計算如下：

$$\pm 3\sigma = \pm 3(0.2) = \pm 0.6 \text{ mm}$$

若該 X 材料之設計長度為 300 mm，則設計圖標示長度規格界限設定為 $300 \pm 0.6\text{mm}$ 。

假設某廠商承攬得此材料生產，其必須維持其生產精度達 $\sigma \leq 0.2\text{mm}(=0.6/3)$ ，才能滿足客戶規格要求。如果該廠商實際製造 $\mu=300\text{mm}$ ， $\sigma=0.3\text{mm}$ ，因 $0.6/0.3=2$ ，則估計其產品位於規格帶內為 $\pm 2\sigma$ ，合格率僅 95%。

目前工程水準日益精進，確實擬定許可差及適當控制產品精度日益重要。

5.3 EXCEL 在常態分配上應用

5.3.1 EXCEL 計算常態分配機率

常態分配累積面積可使用 EXCEL 快速計算，其函數格式如下：

=NORM. DIST (x, 平均數, 標準差, 累積引數)

若累積引數設為 TRUE 時，將傳回常態分配橫座標值 $-\infty$ 到 x 點之累積面積，即 $F(x)$ 。累積引數設為 FALSE 時，將傳回常態分配 x 點之機率密度，即 $f(x)$ ，為 x 點之曲線高度，可用於繪製常態分配圖，見下節說明。

【例 16】 各機率值可用 EXCEL 函數求得如下：

解：

=NORM. DIST(380, 322.7, 32.8, TRUE) \rightarrow 0.959677

=NORM. DIST(245, 322.7, 32.8, TRUE) \rightarrow 0.008920

=NORM. DIST(380, 322.7, 32.8, TRUE) - NORM. DIST(245, 322.7, 32.8, TRUE) \rightarrow 0.950757

[註：公式演算與 EXCEL 計算結果之尾數有些差異，主要是公式演算計算 z 值僅取至小數點後第 2 位，標準常態分配表也僅小數 4 位。若 z 值取至小數點後第 3 位，查標準常態分配表用內插法，可使二者結果更相近。]

5.3.2 EXCEL 繪製常態分配圖

可利用 EXCEL 之 NORM. DIST 統計函數及繪圖功能，快速又精準的繪製常態分配圖，在作統計報告上十分有用，以下用【例 14】數據說明其步驟如下：

1. 選擇 X 軸顯示範圍：通常選擇比 $\mu \pm 3\sigma$ 略大之適當整數，若有規格界線時，應將其包括在 X 軸範圍內。本例： $\mu - 3\sigma = 322.7 - 3 \times 32.8 = 224.3$ ， $\mu + 3\sigma = 322.7 + 3 \times 32.8 = 421.1$ ，選用 220~430。
2. 選擇 X 數列間距：選用適當方便間距，約 20 點數據即可連結成平順的常態分配曲線，本例選用 10，220~430 間可分成 21 間格共 22 點。X 值列入表 18 之 A 欄 A2~A23。
3. 計算各 X 值對應點高度 (Y 值)：用 NORM. DIST 函數計算，填入表 18 之 B 欄 B2~B23。以 X=220 為例說明如下：
 $=\text{NORM. DIST}(A2, 322.7, 32.8, \text{FALSE}) \rightarrow 0.0000904 (9.04\text{E}-05)$
4. 繪製常態分配曲線：用 XY 散布圖功能，選擇曲線格式，用表 18 之 AB 兩欄數據即可繪成圖 18 之常態分配圖。圖中之標記點即為數據座標點，實務上不要顯示，繪圖完成後 Y 座標軸亦不顯示，其在統計分析上無實質用處。

表 18 繪製常態分配圖之 EXCEL 數據

	A	B
1	X 值	Y 值
2	220	9.04E-05
3	230	0.000224
	(4~20 列省略)	
21	410	0.000352
22	420	0.000149
23	430	5.77E-05

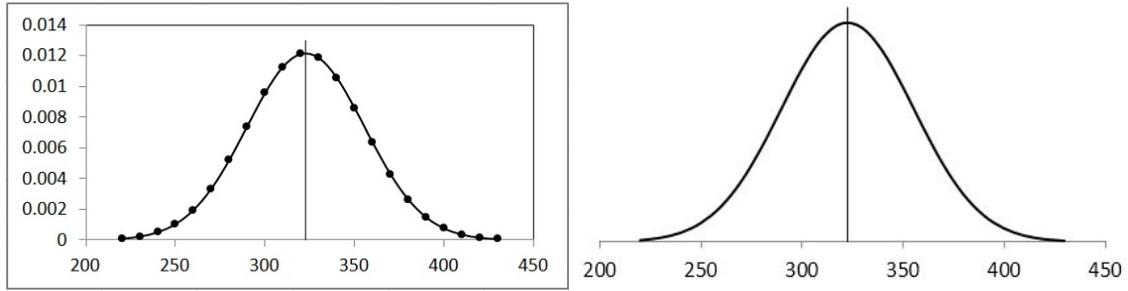


圖 18 EXCEL 繪製常態分配圖（左圖為過程說明，右圖為完成圖）

5.4 平均數之分配

從同一常態分配母體中隨機抽取 n 件樣本，重複數次，計算各次 n 件樣本之平均數 \bar{x} ，各次所得平均數 \bar{x} 亦為隨機變數， \bar{x} 會呈現常態分配（參見圖 19），其平均數和標準差，如(19)(20)兩式。

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \quad (19)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (20)$$

式中： μ = 個別值分配之平均數。

$\mu_{\bar{x}}$ = 平均數分配之平均數。

σ = 個別值分配之標準差。

$\sigma_{\bar{x}}$ = 平均數分配之標準差。

亦可表示如下：

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (21)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right) \quad (22)$$

n 愈大時， $\sigma_{\bar{x}}$ 愈小，故常態分配曲線愈尖銳。工程品管常以平均數 (\bar{x}) 作為品質指標，如一次抽取 4 件，以其平均數判斷是否合格。平均數 (\bar{x})

分配與個別值 (x) 分配之標準差不同，切勿混用。

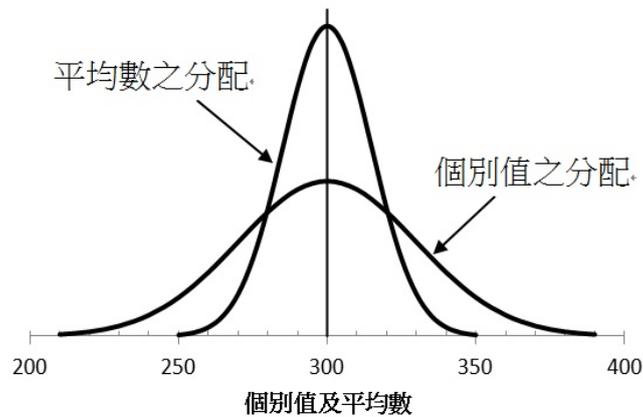


圖 19 個別值與平均數之常態分配

【例 17】接續【例 15】數據，某材料裁切長度之個別值許可差為 $\pm 0.6\text{mm}$ ，
假設抽驗 4 支，請計算其平均數之許可差。

解：

若維持相同之 99.7% 機率，則

$$\pm 3\sigma_{\bar{x}} = \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm 3 \frac{0.2}{\sqrt{4}} = \pm 0.3\text{mm}$$

即抽驗 4 支取其平均數之許可差 = $\pm 0.3\text{mm}$

圖 20 為【例 15】與【例 16】之個別值與 4 支平均數之許可差寬度比較，在相同機率 99.7% 之條件下，平均數許可差界限比個別值許可差界限狹窄，規範涉及採用平均數作判斷時，應特別注意第 (20) 式之關係，兩者數值雖然不同，因均採用正負 3 個標準差 ($\pm 3\sigma$ 及 $\pm 3\sigma_{\bar{x}}$) 作為許可差界限，將維持相同之合格率。

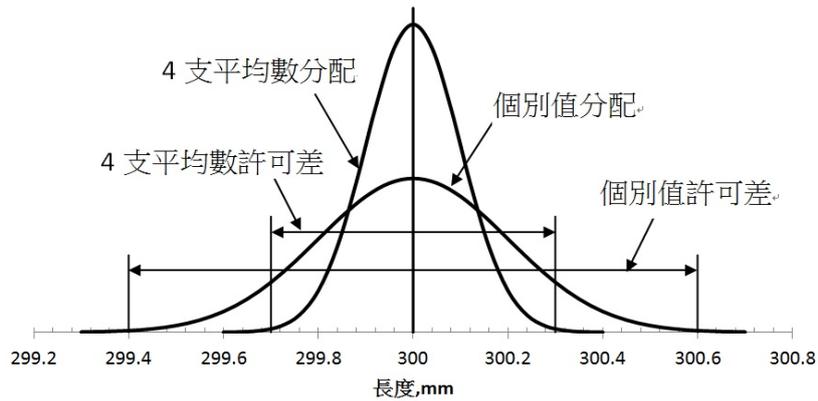


圖 20 [例 15] 個別值與 [例 16] 之 4 支平均之許可差寬度比較

【例 18】CNS 3090 [預拌混凝土] 規定混凝土之規定強度 (f_c') 在 350 kgf/cm^2 以下時，強度試驗結果 (同一組 2 只以上試體強度之平均數) 須滿足下列兩項要求：

條件一：任何一組強度試驗之結果不得低於 $f_c' - 35 \text{ kgf/cm}^2$ 。

條件二：任何連續 3 組強度試驗結果之平均數不得小於規定強度 f_c' 。

若某工程之規定強度 (f_c') 為 280 kgf/cm^2 ，假設 CNS 12891 規定由以往相似材料及施工條件之試驗資料估計混凝土抗壓強度之標準差 (σ) 為 30 kgf/cm^2 。為達到 CNS 3090 之兩項要求，試估算混凝土之要求平均強度 (配比目標強度， f_{cr}')，以作為配比設計及施工控制之目標。

[註：CNS 3090 自 104 年起採用 SI 單位制，本講義為前後連貫，用公制表示。]

解：

(1) 設定可忍受發生不符合上述兩條件之機率均為 1%。

[註：我國鋼筋混凝土規範大多參考美國混凝土學會 ACI-318 鋼筋混凝土設計規範，設定混凝土試體抗壓強度之可忍受發生不合格機率為 1%。]

(2) 由標準常態分配表 (表 17)，以累積機率 0.99 反查得相對之 $z=2.33$ ，亦即其平均數應比下限值提高 2.33σ (參閱圖 21)。

[註： $1-0.01=0.99$ ， $F(2.33)=0.9901$ ，甚為接近 0.99，故採用 $z=2.33$ ，若需要更準確值可用內差法求之，可得 $z=2.326$ 。本例依 CNS 12891[混凝土配比設計準則]採用 $z=2.33$ 。]

(3) 由常態分配得知要符合條件一，要求平均強度為 (圖 21)：

$$f_{cr}' = f_c' - 35 + 2.33\sigma \quad (23)$$

代入相關數值得：

$$f_{cr}' = 280 - 35 + (2.33)(30) = 314.9 \doteq 315 \text{ kgf/cm}^2$$

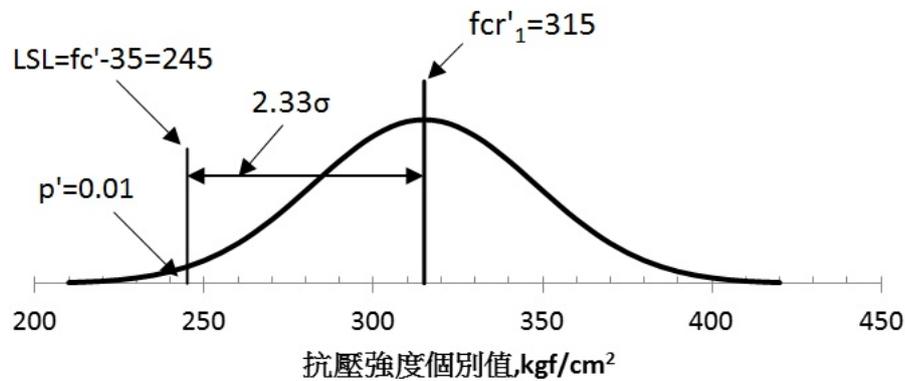


圖 21 混凝土符合條件一

要求之配比目標強度

(4) 由(20)式知，任何連續 3 次平均強度之標準差為：

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad (24)$$

(5) 由常態分配得知要符合條件二，應有之要求平均強度為 (圖 22)：

$$f_{cr}' = f_c' + 2.33 \sigma_{\bar{x}} = f_c' + 2.33 \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = f_c' + 1.34\sigma \quad (25)$$

$$\text{代入相關數值得：} f_{cr}' = 280 + (1.34)(30) = 320.2 \doteq 321 \text{ kgf/cm}^2$$

註：為安全計，採無條件進位法。

(6) 基於安全考慮，按 CNS12891 規定，應取(23)與(25)兩式結果之

值大者，即：

$$f_{cr}' = 321 \text{ kgf/cm}^2$$

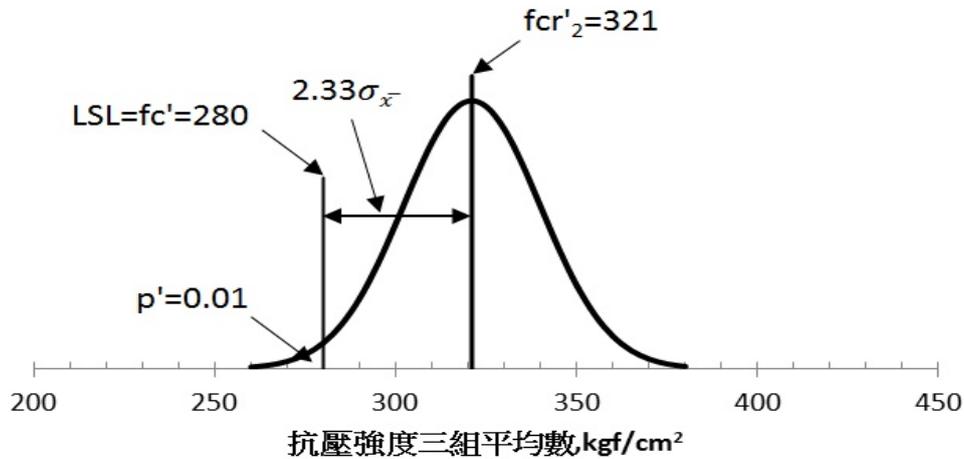


圖 22 混凝土符合條件二要求之配比目標強度

(23) 與 (25) 兩式均納入 CNS 12891[混凝土配比設計準則]、CNS 3090[預拌混凝土]及營建署頒佈之混凝土工程施工規範等文件中。

由(23)與(25)兩式可看出，就技術觀點設定品質目標須考慮 3 項因素，分列如下：

1. 規格界限：如 (23) 式之 $f_{c}' - 35$ 與 (25) 式之 f_{c}' ，此值通常由工程規範設定。
2. 製程能力：如 (23) 式之 σ 與 (25) 式之 $\sigma_{\bar{x}}$ ，此值通常依廠商之工程能力決定，CNS 12891 規定以過去承辦相似工程之連續 30 次以上之試驗結果估算標準差。
3. 可忍受之不合格率：如 (23) 與 (25) 兩式均採 1%，即須提高 2.33 個標準差。此值通常由工程規範依工程之重要性決定，重要性越高可忍受之不合格率越低。

六、工程品質管制圖

6.1 管制圖原理

品質管制圖，基本上將同一品質特性之各次檢驗結果計算成適當之統計量，如個別值、平均數、全距或標準差等，依產生順序標示在一時間座標上，可以連成一高低起伏之折線，明白顯示品質變化狀況，另用統計原理適當訂出中心線、管制上限及管制下限，按一定規則判斷品質之變化是否異常或不合格。

管制圖可分成多種型式，工程品管所用管制圖以製作者立場可分以下二式：

1. 製程管制圖 (process control chart)：由材料生產廠商或工程施工廠商為執行自主品管所製作，第 6.2 節將介紹製程管制圖。
2. 驗收管制圖 (acceptance control chart)：驗收管制圖由監造單位所製作，其目的為觀察進料品質或施工成果是否符合規範要求，第 6.3 節將介紹驗收管制圖。

6.2 製程管制圖

製程管制圖由材料生產廠商或工程施工廠商所製作，其目標為控制製程之穩定，並符合材料標準或工程規範要求，一般品管書籍所介紹者為此型式。圖中通常標示以統計方法所設訂之中心線 (CL, central line)、管制上限 (UCL, upper control limit) 及管制下限 (LCL, lower control limit)。

製程管制圖特別適用於大量及連續性產製之材料或施工。影響品質變化之因素甚多，以其發生機率及影響程度可分為兩大類：

1. 隨機原因 (random causes)：如材料在許可差範圍內的少許變化、環境略有差異、取樣及試驗的隨機誤差等。其來源很多，對品質影響輕微，要完全徹底消除很不經濟，一般不予追究。工程規範通常會考慮隨機原因所引起之品質變化，而允許若干許可差。

2. 異常原因（亦稱可究原因，assignable causes）：如材料用錯、配方錯誤、機械失控、操作不當、取樣或試驗方法不對等。其發生機會不多，萬一發生時對品質影響嚴重，必須立即追究原因並作改正。

製程管制圖又可區分為以下二種型式：

1. 標準未知管制圖（standard unknown control chart）：標準未知管制圖用於開工初期或材料新配比啟用初期，需蒐集一段穩定生產期間之數據，計算其平均數及標準差（或全距）等，再根據以設定管制界限，管制後續之產品品質。在製造業通常要求蒐集 25 組以上數據，據以建立管制界限。惟在公共工程上，檢驗頻率低，要集滿 25 組以上數據為時太久，常縮短數據組數至 10 組以下，以盡早建立管制界限，因數據組數少，所建立之管制界限準確性較差，可待蒐集較多數據後重新核算及調整管制界限。至於剛開始生產時，最好比照製造業先試生產一定量，待製程穩定才正式量產。如果先試生產執行上有困難時，可參考以往經驗或規範值等先設定較嚴謹之管制界限，用較嚴格之方式生產，待製程穩定後才逐漸放寬管制界限為正常管制狀態。第 6.2 節介紹之平均數-全距管制圖為一種標準未知之製程管制圖。
2. 標準已知管制圖（standard given control chart）：由長期檢測資料分析得產品品質特性之平均數及標準差，以其設定管制界限，管制後續之生產品質。標準已知管制圖在公共工程上較少機會使用，本教材因上課時間限制，未列入標準已知管制圖，請參閱品質管制書籍。

製程管制圖通常以中心線（ CL ）之上下各 3 個標準差（ $CL \pm 3\sigma$ ）為管制界限（涵蓋機率約 99.7%），惟必要時亦可設置管制界限為 $CL \pm 2\sigma$ ，以提高反應靈敏度，但也會增加緊張度（因為各點更容易超出管制界限，可能將隨機原因之變化誤判為異常原因之變化，誤發警訊引起工作人員緊張）。

製程管制圖之判讀係採用統計檢定原理，以機率推算當製程為正常時，某現象之出現機會很低（通常設定為小於 1%），如果出現該現象，我們

就判定製程異常。最基本上，當有下列 3 種現象之一時，可判定有異常原因存在，應追究改正（參見圖 23）。

1. 有任何 1 點落在管制界限以外。
2. 連續 7 點出現在中心線之上邊或下邊。
3. 連續 7 點出現持續上升或持續下降。

[註：此處所列舉者為最基本之研判規則，足供一般工程品管使用，更詳細判讀規則請參閱品管專業書籍、CNS 2580[生產過程中管制品質用之管制圖法] 或 CNS 2312 [分析數據用的管制圖法]。應用管制圖初期，採用簡易規則即可產生效果，待有相當經驗，再逐漸引進較複雜的研判規則。]

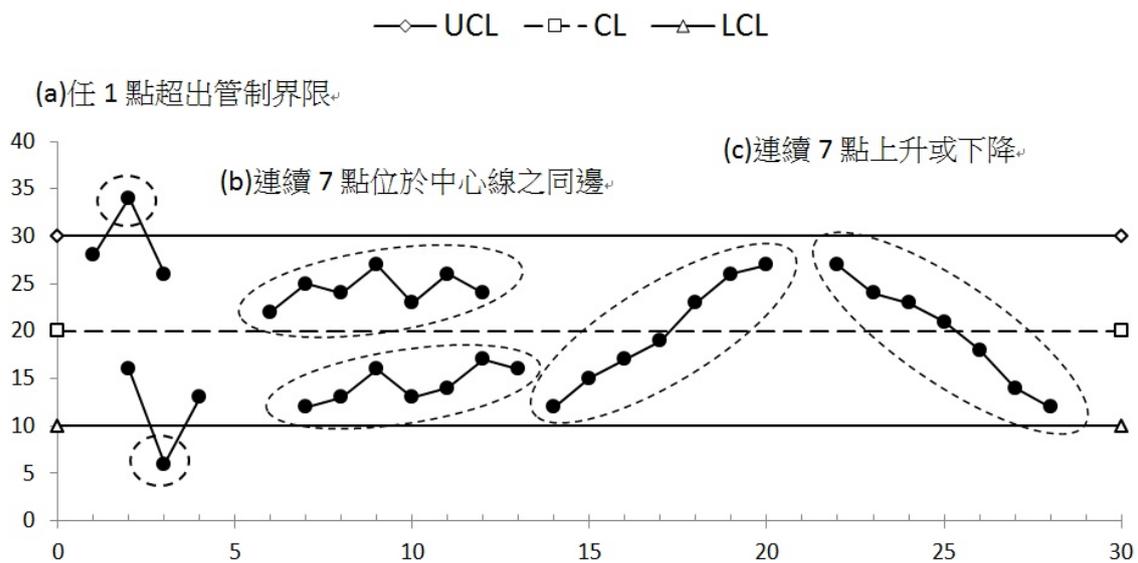


圖 23 製程管制圖之 3 種基本異常現象

製程管制圖又分多種型態，以下介紹檢驗數量不多時常採用之平均數—全距管制圖 ($\bar{x}-R$ Chart)，係由平均數管制圖 (\bar{x} Chart) 與全距管制圖 (R Chart) 兩圖組成，通常適用於一組抽驗 2~10 件情況。平均數管制圖用於管制品質之集中趨勢，全距管制圖用於管制品質之離散程度。宜先用全距管制圖使製程穩定，再用平均數管制圖求平均數維持理想目標。有如

打靶，首先要求控制握槍、瞄準及扣扳機等要領，使彈著點集中，然後才調整照門使彈著點命中靶心。茲以【例 18】說明平均數—全距管制圖之製作步驟。

【例 19】假設表 5 資料為某混凝土拌和廠，每天抽驗 2 次同一配比混凝土抗壓強度之檢驗結果，以每天抽驗 2 次作為 1 組數據，計算其平均數及全距，用於管制品質變化。因採用新核定配比生產，尚無以往資料可用，茲要製作標準未知之平均數—全距管制圖。

解：

(1) 蒐集正常製程資料：至少有 10 組數據。本例採前 10 日資料為依據，以連續 2 個結果為一組，如表 19 所示試驗結果欄。

[註：在製造業上製作管制圖，通常要求有 25 組以上數據，公共工程獲得數據成本高，常以較少組數據先訂管制界限，其誤判率較高，宜在累積較多數據後重新檢討管制界限。]

(2) 計算各組平均數 \bar{x} 和全距 R：如表 19 之平均數與全距欄。

表 19 $\bar{x}-R$ 管制圖數據

No.	試驗結果		平均數 \bar{x}	全距 R
	X ₁	X ₂		
1	331	323	327	8
2	346	354	350	8
3	333	338	335.5	5
4	298	326	312	28
5	334	299	316.5	35
6	310	259	284.5	51
7	328	354	341	26
8	314	343	328.5	29
9	385	310	347.5	75
10	315	266	290.5	49
		合計	3233	314
		平均	323.3	31.4

(3) 計算總平均($\bar{\bar{x}}$)及平均全距(\bar{R})：

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i = \frac{3233}{10} = 323.3 \quad (26)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i = \frac{314}{10} = 31.4 \quad (27)$$

式中，k=數據組數。

(4) 計算平均數管制圖之中心線及管制界限：

$$\text{中心線：CL} = \bar{\bar{x}} = 323.3 \quad (28)$$

管制上限：

$$\text{UCL} = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R} = 323.3 + (1.880)(31.4) = 382.3 \quad (29)$$

管制下限：

$$\text{LCL} = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R} = 323.3 - (1.880)(31.4) = 264.3 \quad (30)$$

(5) 計算全距管制圖之中心線及管制界限：

$$\text{中心線：CL} = \bar{R} = 31.4 \quad (31)$$

$$\text{管制上限：UCL} = D_4 \cdot \bar{R} = (3.267)(31.4) = 102.6 \quad (32)$$

$$\text{管制下限：LCL} = D_3 \cdot \bar{R} = (0)(31.4) = 0 \quad (33)$$

[註：(28)至(33)式中之 A_2 、 D_3 、 D_4 為管制圖係數，可查表 20 得之。管制圖係數是以統計原理求得，使管制界線與中心線相距 3 個標準差之係數。]

(6) 繪製管制圖 (圖 24) (可用 EXCEL 之散布圖繪製)。

(7) 判讀：管制圖各點均無圖 23 之異常情形，且均符合工程規範要求，顯示製程已呈穩定，可採用以上管制界限作為管制後續生產品質之用。

表 20 計量值管制圖係數

每組樣本數 _o	管制圖係數 _o		
n _o	A_2 _o	D_3 _o	D_4 _o
2 _o	1.880 _o	0 _o	3.267 _o
3 _o	1.023 _o	0 _o	2.575 _o
4 _o	0.729 _o	0 _o	2.282 _o
5 _o	0.577 _o	0 _o	2.115 _o
6 _o	0.483 _o	0 _o	2.004 _o
7 _o	0.419 _o	0.076 _o	1.924 _o
8 _o	0.373 _o	0.136 _o	1.864 _o
9 _o	0.337 _o	0.184 _o	1.816 _o
10 _o	0.308 _o	0.223 _o	1.777 _o

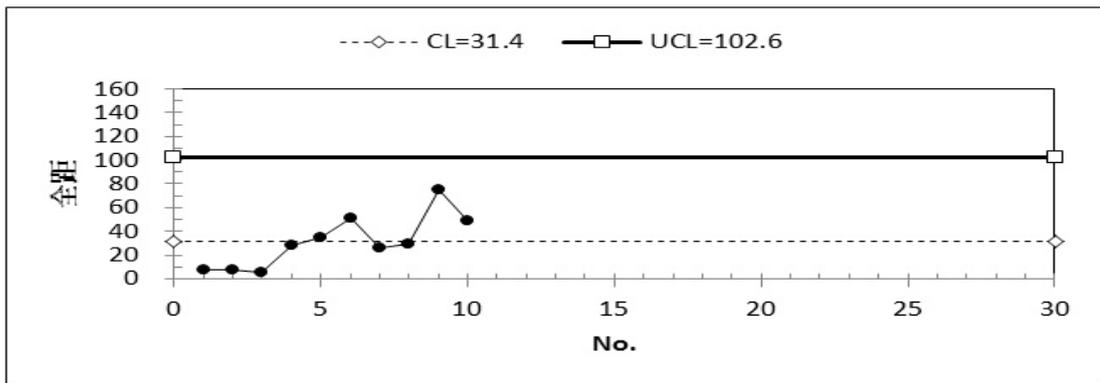
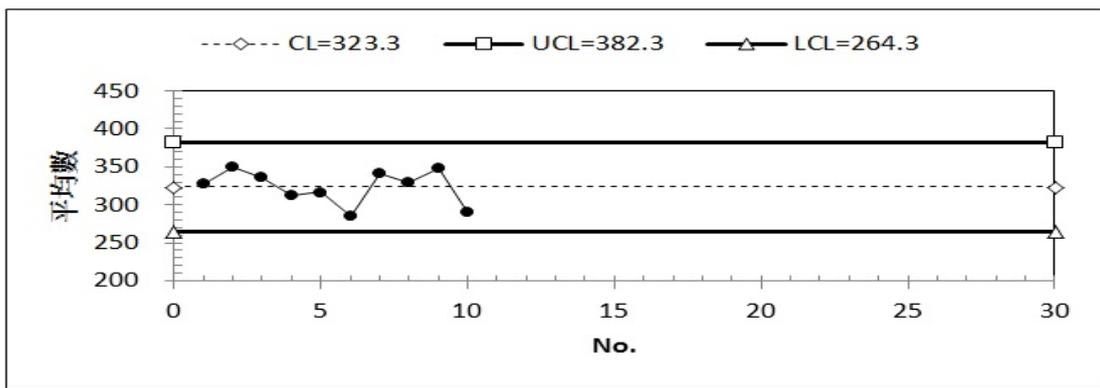


圖 24 瀝青含量 $\bar{x}-R$ 管制圖初步建立

(8) 正常生產以後，仍按計畫繼續抽驗，每增加一組資料即予繪入管制，並隨時檢討及作必要之修正，表 18 及圖 24 分別為後續抽驗之部分數據及管制圖，圖中圈出部分為異常狀況，雖然檢驗結果

符合工程規範要求，但管制圖顯示有異常原因存在，就生產者而言應立即追查原因並作必要之改正。

表 21 $\bar{x}-R$ 管制圖後續數據

No.	試驗結果		平均數	全距
	X_1	X_2	\bar{X}	R
11.	278.	239.	258.5.	39.
12.	314.	366.	340.	52.
13.	333.	295.	314.	38.
14.	353.	364.	358.5.	11.
15.	344.	330.	337.	14.
16.	337.	330.	333.5.	7.
17.	362.	340.	351.	22.
18.	355.	314.	334.5.	41.
19.	360.	317.	338.5.	43.
20.	323.	367.	345.	44.

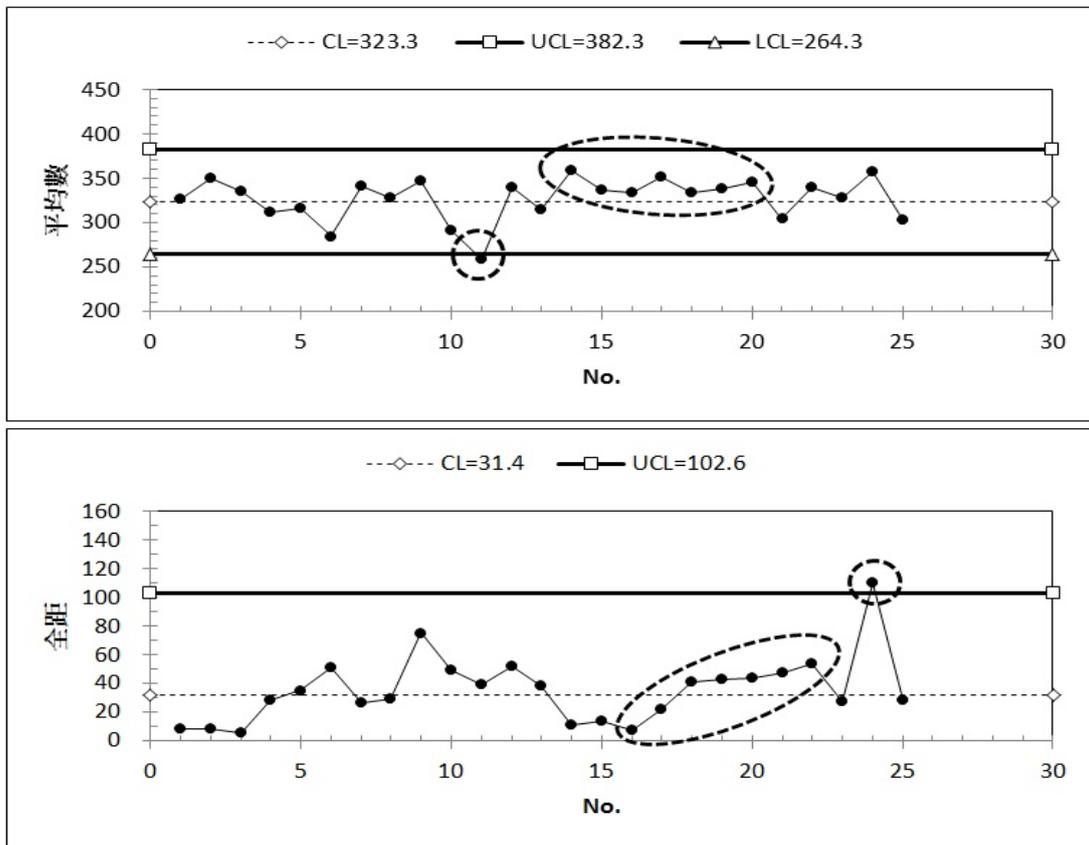


圖 25 瀝青含量 $\bar{x}-R$ 管制圖後續應用

6.3 驗收管制圖

驗收管制圖由監造單位所製作，其目的為觀察進料品質或施工成果是否符合規範要求，驗收管制圖通常依據施工規範要求之個別值或平均數等製作，並以施工規範所定之品質規格來標示規格界限，以便快速判讀是否合格，當有任 1 點超出規格界限即判定不合格，應按規範要求處理。驗收管制圖亦可加入一些管理所需準則線，以判定品質變化趨勢。

[註：規格界限應依據規範形式：上限規格標示規格上限 USL (upper specification limit)，下限規格標示規格下限 LSL (lower specification limit) 或雙邊規格同時標示 USL 及 LSL。]

為執行工程品管之需要，使用者可發展各種適用之特殊管制圖。如 ACI 214 委員會即配合 ACI 318 規範，發展出一種特殊管制圖，由個別值管制圖、移動平均數管制圖及移動平均全距管制圖等 3 個圖組合而成。本節以【例 19】說明 ACI 混凝土抗壓強度管制圖之製作，其方法除依 ACI 214R (註：文件編號 ACI 214R 已取代原 ACI 214) 之範例外，並修正以符合 CNS 3090 及營建署結構混凝土施工規範之規格要求。各圖先說明如下：

1. 個別值管制圖 (\bar{x} Chart)：

圖中各點為各次試驗結果 (同組各試體之平均數)，連結各試驗結果成折線，以顯示試驗結果之高低變化。

ACI 214 原圖僅標有規定強度 (f_c') 及需要平均強度 (配比目標強度， f_{cr}')，本例加列 CNS 3090 規定之個別值規格下限 ($f_c' - 35 \text{ kgf/cm}^2$)，以供判定各次試驗結果是否合格。

2. 移動平均數管制圖 (\bar{x}_m Chart)：

ACI 214 原圖各點為前連續 5 組試驗結果之移動平均數，本例採用 CNS 3090 規定之 3 組試驗結果之移動平均數。此圖可顯示強度變化走勢、週期性變化等。本例參照 CNS 3090 加 3 組移動平均數之規格下限 (f_c')，以供判定各 3 組移動平均數是否合格。

[註：ACI 214 約在 1957 發展出此抗壓強度管制圖，當時之 ACI 318-56 係規定任何連續 5 組試驗結果之平均數應大於 f_c' ，目前 ACI 214R 之圖例仍保留原設計樣式，但在其說明文中敘述使用者應按使用規範調整取平均之組數。]

3. 移動平均全距管制圖 (\bar{R}_m Chart)：

圖中各點為前連續 10 組試體強度之移動平均全距（此全距為同一組試體之全距），此圖可顯示試驗精密度，作為判斷組內變異水準之用。ACI 214R 原圖僅標有表 11 之組內變異為「正常等級」上限 5%，本例加上表 11 各等級組內變異係數之對應平均全距界限，可供判定試驗精密度之等級變化，其計算如下：

$$\bar{R}_m = \sigma_1 \cdot d_2 = (V_1 \cdot fcr') \cdot d_2 = d_2 \cdot fcr' \cdot V_1 \quad (34)$$

式中， \bar{R}_m = 表 11 或 12 各等級移動平均全距之最大值

σ_1 = 組內標準差

fcr' = 需要平均強度（配比目標強度）

V_1 = 組內變異係數，取用表 11 或表 12 各管制等級組內變異係數之分界值：3%、4%、5% 和 6%。

d_2 = 統計係數，依一組試體之個數（n）決定（查表 13）

註：此處之組內全距，為同一組合樣品所製各試體強度之全距，用顯示試驗精密度，與【例 18】之全距含意不同，【例 18】為將一天 2 次試驗結果組成 1 組，計算其全距，用於顯示材料品質之穩定性。

【例 20】茲以表 5. 之混凝土抗壓強度資料說明製作 ACI 混凝土抗壓強度管制圖之過程。已知施工要求條件如下：

(1) 規定抗壓強度： $fc' = 280 \text{ kgf/cm}^2$ 。

(2) 需求平均抗壓強度： $fcr' = 321 \text{ kgf/cm}^2$ （引用【例 17】求得值）。

(3) 規格界限依照 CNS 3090 要求如下：

條件一：任何一組強度試驗之結果不得低於 $fc' - 35 \text{ kgf/cm}^2$ 。

條件二：任何連續 3 組強度試驗結果之平均數不得小於規定強度 fc' 。

解：

- (1) 準備空白管制圖計算表，格式如表 23。
- (2) 準備空白 ACI 混凝土抗壓強度管制圖，格式如圖 26，各圖參考線如下：

A. 個別值管制圖：

$$\text{規定抗壓強度：} fc' = 280 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{需求平均抗壓強度：} fcr' = 321 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{個別值規格下限 (lower specification limit)：} LSL = fc' - 35 \text{ kgf/cm}^2 = 245 \text{ kgf/cm}^2$$

B. 移動平均數管制圖：

$$\text{需要平均抗壓強度 } fcr' = 321 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{3 組移動平均數規格下限：} LSL = fc' = 280 \text{ kgf/cm}^2$$

C. 移動平均全距管制圖：

本例 $fcr' = 321$ ，每組有 3 個試體， $n=3$ ， $d_2=1.693$

$$\begin{aligned} \bar{R}_m &= d_2 \cdot \sigma_1 = d_2 \cdot fcr' \cdot V_1 \\ &= (1.693)(321)V_1 = (543.5)V_1 \end{aligned} \quad (36)$$

以表 11 組內變異各水準界限之 V_1 代入 (36) 式，得表 22 結果。

表 22 移動平均全距管制圖等級分界 Y 座標

等級分界 ◦	V_1 ◦	\bar{R}_m ◦
很好-好 ◦	3% ◦	16.3 ◦
好-正常 ◦	4% ◦	21.7 ◦
正常-差 ◦	5% ◦	27.2 ◦
差-很差 ◦	6% ◦	32.6 ◦

- (3) 每次獲得試驗報告後，立即將試體強度填入表 23。
- (4) 計算各次之試驗結果（同組各試體強度之平均數），填入表 23

及點入個別值管制圖（圖 26.a），各點間以直線連結。如：
 $(324+340+328)/2=331$ 。

(5) 計算各組試體強度之組內全距，填入表 23。如： $340-324=16$ 。

(6) 由第 3 次試驗開始，逐次計算前 3 次試驗結果之移動平均數，填入表 23 及點入移動平均數管制圖（圖 26.b），各點間以直線連結。如： $(331+323+346)/3=333.3$ 。

註：第 2 頁以後之管制圖，應連續前 1 頁，有第 1 點數據即應連續前 1 頁末 2 數據計算移動平均數，不可等取得第 3 次試驗結果才算移動平均數。

(7) 由第 10 次試驗開始，逐次計算前 10 次試驗之移動平均全距，填入表 23 及點入移動平均全距管制圖（圖 26.c），各點間以直線連結。如： $(16+17+22+20+31+18+17+49+18+31)/10=23.9$ 。

註：同(6)理由，第 2 頁以後之管制圖，應連續前一頁，有第 1 點數據即應連續前一頁末 9 數據計算移動平均全距。實務上宜採電腦運算及繪圖，以提高效率，本章全部管制圖均採用 EXCEL 計算及繪圖。管制圖之運用需強調即時性，應採取資料隨到隨算及繪圖方式，若有不合格或異常應即按規範要求處置。不可以事後定期集中繪製，僅檢討歷史資料，喪失管制圖時效性。

(8) 判讀：管制圖每獲得 1 點資料，應立即判讀，若有不合格應立即依規範規定辦理。本管制圖可判讀如下：

A. 個別值管制圖：整體在需求平均抗壓強度（ $f_{cr}' = 321 \text{ kgf/cm}^2$ ）上下對稱隨機變化，係屬正常。但第 22 點低於 245 kgf/cm^2 ，按營建署結構混凝土施工規範要求，需檢討原因及提高後續強度，並需辦理鑽心試驗等結構體混凝土之進一步評估，以確認其可用性。

B. 移動平均數管制圖：整體在需求平均抗壓強度（ $f_{cr}' = 321 \text{ kgf/cm}^2$ ）上下對稱隨機變化，係屬正常。但第 22 及 23 點低於 f_{cr}' ，按營建署結構混凝土施工規範要求，應探討其確實原因，並應針對其原因採取改進措施，以防止後續施工再度發生類似現象。

C. 移動平均全距管制圖：第 17 點以前之組內變異係數在 4%~5% 間，屬「正常等級」，第 17 點以後逐漸降低，在 3%~4% 之間，屬「好等級」，顯示抗壓強度試驗作業執行確實且漸有進步，宜繼續保持。

表 23 ACI 管制圖計算表

項次	試體強度			試驗結果	組內全距	移動平均	移動平均全距
	X ₁	X ₂	X ₃	X	R ₁	X _m	R _{1m}
1	324	340	328	331	16		
2	324	314	331	323	17		
3	336	345	358	346	22	333.3	
4	365	351	345	354	20	341.0	
5	351	320	328	333	31	344.3	
6	336	348	330	338	18	341.7	
7	289	306	299	298	17	323.0	
8	305	354	319	326	49	320.7	
9	324	336	342	334	18	319.3	
10	311	280	305	299	31	319.7	23.9
11	316	301	314	310	15	314.3	23.8
12	271	247	260	259	24	289.3	24.5
13	327	325	333	328	8	299.0	23.1
14	342	365	354	354	23	313.7	23.4
15	296	322	325	314	29	332.0	23.2
16	356	341	332	343	24	337.0	23.8
17	388	385	381	385	7	347.3	22.8
18	304	303	323	310	20	346.0	19.9
19	313	308	324	315	16	336.7	19.7
20	249	265	285	266	36	297.0	20.2
21	280	275	278	278	5	286.3	19.2
22	240	241	236	239	5	261.0	17.3
23	305	322	315	314	17	277.0	18.2
24	356	366	377	366	21	306.3	18.0
25	341	316	342	333	26	337.7	17.7
26	290	306	288	295	18	331.3	17.1
27	342	351	365	353	23	327.0	18.7
28	367	361	364	364	6	337.3	17.3
29	341	336	354	344	18	353.7	17.5
30	318	342	330	330	24	346.0	16.3

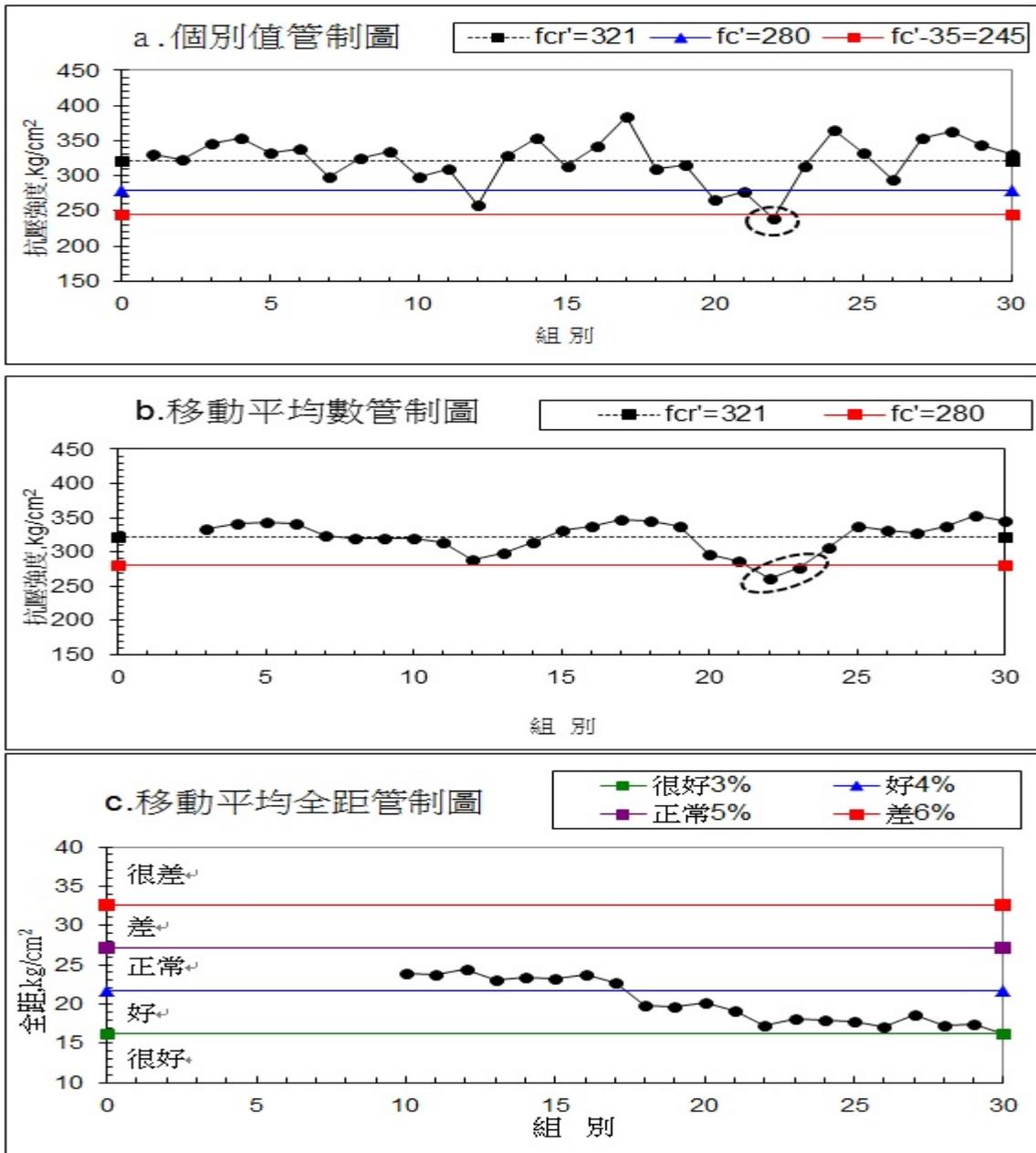


圖 26 ACI 混凝土管制圖

七、結語

統計方法為蒐集、分析及顯示大量數值資料之最有效方法，在工程品管作業中相當實用，要發展高品質工程需要能熟用統計方法。在推廣採用統計方法時，有以下事項值得注意：

1. 統計方法通常用於量化之資料，在品管上要透過有計畫之檢驗以獲得品質數據。

2. 採用統計分析必須先有正確可靠之數據，亦即檢驗樣品應經正確取樣手續、按標準方法製成試體及檢驗，所得之數據經統計分析才具實際意義。
3. 統計方法雖然係客觀方法，但統計分析結果之解讀仍需工程專業背景，品管人員需兼具所任工作之統計分析能力及工程專業，才能正確判讀統計分析結果。
4. 透過統計分析僅可顯示工程品質狀況及協助作正確判斷，但必須正確設計與確實施工才能確保工程品質。
5. 統計方法在工程品管之應用甚廣，本課程介紹一般公共工程常用部分，品管人員可以從簡易部分先行採用，再逐漸推進到更精確技術。

八、參考文獻

- [1] 林惠玲、陳正倉, 2016, "現代統計學" (修訂版), 雙葉書廊
- [2] 白賜清, 1981 "品質管制之統計方法", 中華民國品質學會
- [3] 房克成、林清風, 2006, "管制圖與製程管制", 中華民國品質學會
- [4] 王文中、錢才瑋, "統計學與 EXCEL 資料分析之實習應用", 博碩文化公司
- [5] 陳式毅, 1988, "統計方法在工程品管上之應用", 台北市政府捷運工程局
- [6] 中國土木水利工程學會, 2005, "混凝土工程施工規範", 土木 402-94a
- [7] 內政部營建署, 2002, "結構混凝土施工規範"
- [8] CNS 3090, 2015, "預拌混凝土"
- [9] CNS 15315, 2010 (2016 確認), "營建用材料隨機抽樣法"
- [10] CNS 12891, 1998 (2013 確認), "混凝土配比設計準則"
- [11] CNS 2580, 1974 (2015 確認), [生產過程中管制品質用之管制圖法]
- [12] CNS 2312, 1974 (2015 確認), [分析數據用的管制圖法]

- [13] CNS 9445, 1987 (2015 確認), [計量值檢驗抽樣程序及抽樣表]
- [14] ACI 214R-11, 2011, "Recommended Practice for Evaluation of Strength Test Results of Concrete"
- [15] ASTM D3665, 2000, "Standard Practice for Random Sampling of Construction Materials"